2007 年度　東京大学前期入試問題文系　　　2007.2.25 実施

$\boxed{\textbf{1}}$　連立不等式

$$y(y-|x^2-5|+4) \leqq 0,\ \ y+x^2-2x-3 \leqq 0$$

の表す領域を D とする。

(1) D を図示せよ。

(2) D の面積を求めよ。

$\boxed{\textbf{2}}$　r は $0<r<1$ をみたす実数，n は 2 以上の整数とする。平面上に与えられた 1 つの円を，次の条件①，②をみたす 2 つの円で置き換える操作 **(P)** を考える。

①　新しい 2 つの円の半径の比は $r:1-r$ で，半径の和はもとの円の半径に等しい。

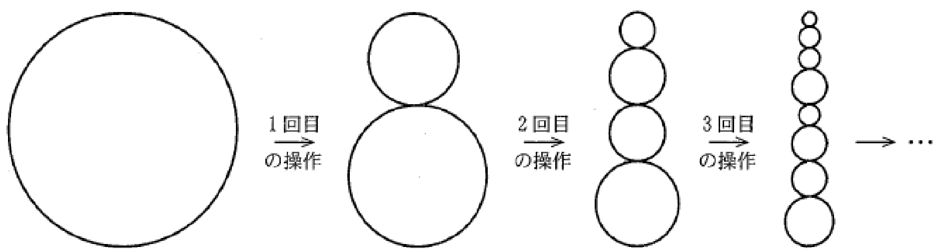
②　新しい 2 つの円は互いに外接し，もとの円に内接する。

以下のようにして，平面上に 2^n 個の円を作る。

・最初に，平面上に半径 1 の円を描く。

・次に，この円に対して操作 **(P)** を行い，2 つの円を得る (これを 1 回目の操作という)。

・k 回目の操作で得られた 2^k 個の円のそれぞれについて，操作 (P) を行い，2^{k+1} 個の円を得る $(1 \leqq k \leqq n-1)$。



(1) n 回目の操作で得られる 2^n 個の円の周の長さの和を求めよ。

(2) 2 回目の操作で得られる 4 つの円の面積の和を求めよ。

(3) n 回目の操作で得られる 2^n 個の円の面積の和を求めよ。

$\boxed{\mathbf{3}}$　正の整数の下 2 桁とは，100 の位以上を無視した数をいう。たとえば，2000，12345 の下 2 桁はそれぞれ，0，45 である。m が正の整数全体を動くとき，$5m^4$ の下 2 桁として現れる数をすべて求めよ。

$\boxed{\mathbf{4}}$　表が出る確率が p，裏が出る確率が $1-p$ であるような硬貨がある。ただし，$0<p<1$ とする。この硬貨を投げて，次のルール **(R)** の下で，ブロック積みゲームを行う。

(R)
① ブロックの高さは，最初は 0 とする。
② 硬貨を投げて表が出れば高さ 1 のブロックを 1 つ積み上げ，裏が出ればブロックをすべて取り除いて高さ 0 に戻す。

n を正の整数，m を $0 \leqq m \leqq n$ を満たす整数とする。

(1) n 回硬貨を投げたとき，最後にブロックの高さが m となる確率 p_m を求めよ。

(2) (1) で，最後にブロックの高さが m 以下となる確率 q_m を求めよ。

(3) ルール **(R)** の下で，n 回の硬貨投げを独立に 2 度行い，それぞれ最後のブロックの高さを考える。2 度のうち，高い方のブロックの高さが m である確率 r_m を求めよ。ただし，最後のブロックの高さが等しいときはその値を考えるものとする。