

### 数学 I ・ 数学 A

(全問必答)

### 第2問 (配点 25)

#### 第1問 (配点 25)

[1] 2次方程式  $x^2 - 3x - 1 = 0$  の解が  $\alpha, \beta$  で、 $\alpha > \beta$  とするとき、

$$\alpha = \frac{\boxed{\text{ア}} + \sqrt{\boxed{\text{イウ}}}}{2}, \quad \beta = \frac{\boxed{\text{ア}} - \sqrt{\boxed{\text{イウ}}}}{2}$$

である。また、

$$m < \alpha < m + 1 \text{ を満たす整数 } m \text{ の値は } m = \boxed{\text{エ}}$$

$$n < \beta < n + 1 \text{ を満たす整数 } n \text{ の値は } n = \boxed{\text{オカ}}$$

である。

次に、

$$a + \frac{1}{a} = \sqrt{\boxed{\text{キク}}}$$

であり、

$$a^3 + \frac{1}{a^3} = \boxed{\text{ケコ}} \sqrt{\boxed{\text{サシ}}}$$

である。

[2]  $a$  は実数とし、 $b$  は 0 でない実数とする。 $a$  と  $b$  に関する条件  $p, q, r$  を次のように定める。

$p$ :  $a, b$  はともに有理数である

$q$ :  $a + b, ab$  はともに有理数である

$r$ :  $\frac{a}{b}$  は有理数である

(1) 次の  $\boxed{\text{ス}}$  に当てはまるものを、下の①～③のうちから一つ選べ。

条件  $p$  の否定  $\bar{p}$  は  $\boxed{\text{ス}}$  である。

- ① 「 $a, b$  はともに有理数である」
- ② 「 $a, b$  はともに無理数である」
- ③ 「 $a, b$  の少なくとも一方は有理数である」
- ④ 「 $a, b$  の少なくとも一方は無理数である」

(2) 次の  $\boxed{\text{セ}}$  に当てはまるものを、下の①～③のうちから一つ選べ。

条件「 $q$ かつ $r$ 」は条件  $p$  が成り立つための  $\boxed{\text{セ}}$  である。

- ① 必要十分条件である
- ② 必要条件であるが十分条件ではない
- ③ 十分条件であるが必要条件ではない
- ④ 必要条件でも十分条件でもない

(3) 次の①～⑦のうち、正しいものは  $\boxed{\text{ソ}}$  である。

- ① 「 $p \implies q$ 」は真、「 $p \implies q$ 」の逆は真、「 $p \implies q$ 」の対偶は真である。
- ② 「 $p \implies q$ 」は真、「 $p \implies q$ 」の逆は真、「 $p \implies q$ 」の対偶は偽である。
- ③ 「 $p \implies q$ 」は真、「 $p \implies q$ 」の逆は偽、「 $p \implies q$ 」の対偶は真である。
- ④ 「 $p \implies q$ 」は真、「 $p \implies q$ 」の逆は偽、「 $p \implies q$ 」の対偶は偽である。
- ⑤ 「 $p \implies q$ 」は偽、「 $p \implies q$ 」の逆は真、「 $p \implies q$ 」の対偶は真である。
- ⑥ 「 $p \implies q$ 」は偽、「 $p \implies q$ 」の逆は真、「 $p \implies q$ 」の対偶は偽である。
- ⑦ 「 $p \implies q$ 」は偽、「 $p \implies q$ 」の逆は偽、「 $p \implies q$ 」の対偶は真である。
- ⑧ 「 $p \implies q$ 」は偽、「 $p \implies q$ 」の逆は偽、「 $p \implies q$ 」の対偶は偽である。

2次関数

$$y = 6x^2 + 11x - 10 \quad \dots\dots\dots \text{①}$$

について考える。

①において、 $y \leq 0$  となる  $x$  の値の範囲は

$$\frac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウ}}} \leq x \leq \frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}$$

である。

①のグラフを  $x$  軸方向に  $a$ 、 $y$  軸方向に  $b$  だけ平行移動して得られるグラフを  $G$  とする。 $G$  が原点  $(0, 0)$  を通るとき、

$$b = \boxed{\text{カキ}} a^2 + \boxed{\text{クケ}} a + \boxed{\text{コサ}}$$

であり、このとき  $G$  を表す 2次関数は

$$y = \boxed{\text{シ}} x^2 - (\boxed{\text{スセ}} a - \boxed{\text{ソタ}}) x \quad \dots\dots\dots \text{②}$$

$x = -2$  と  $x = 3$  に対応する 2次関数 ② の値が等しくなるのは

$$a = \frac{\boxed{\text{チツ}}}{\boxed{\text{テト}}}$$

のときである。このとき、2次関数 ② の  $-2 \leq x \leq 3$  における

$$\text{最小値は } \frac{\boxed{\text{ナニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}}, \quad \text{最大値は } \boxed{\text{ネノ}}$$

である。

第3問 (配点 25)

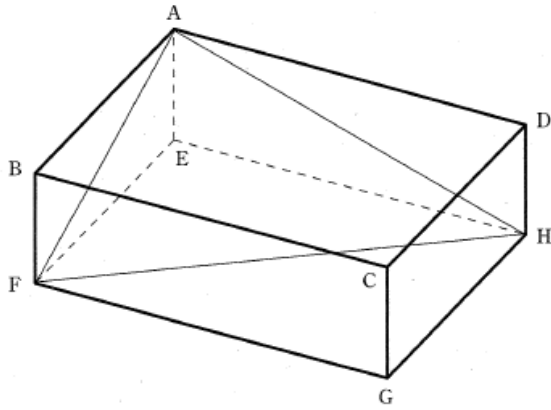
下の図のような直方体 ABCD-EFGH において、

$$AE = \sqrt{10}, AF = 8, AH = 10$$

とする。

このとき、 $FH = \boxed{\text{アイ}}$  であり、 $\cos \angle FAH = \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$  である。

また、三角形 AFH の面積は  $\boxed{\text{オカ}} \sqrt{\boxed{\text{キ}}}$  である。



次に、 $\angle AFH$  の二等分線と辺 AH の交点を P、 $\angle FAH$  の二等分線と辺 FH の交点を Q、線分 FP と線分 AQ の交点を R とする。このとき、R は三角形 AFH の  $\boxed{\text{ク}}$  である。次の①~③のうちから  $\boxed{\text{ク}}$  に当てはまるものを一つ選べ。

- ① 重心      ② 外心      ③ 内心

また、 $AP = \boxed{\text{ケ}}$  であり、したがって、

$$PF : PR = \boxed{\text{コ}} : 1$$

となる。さらに、四面体 EAPR の体積は  $\boxed{\text{サ}} \sqrt{\boxed{\text{シ}}}$  である。

第4問 (配点 25)

袋 A, B, C, D があり、それぞれに4枚のカードが入っている。各袋のカードには、1から4までの番号がつけられている。袋 A, B, C, D からカードを1枚ずつ取り出し、出た数をそれぞれ  $a, b, c, d$  とする。

- (1)  $a, b, c, d$  の最大の数が3以下である場合は  $\boxed{\text{アイ}}$  通りあり、最大の数が4である場合は  $\boxed{\text{ウエオ}}$  通りある。
- (2)  $a, b, c, d$  について、 $a < b < c$  となる場合は  $\boxed{\text{カキ}}$  通りある。
- (3) 出た数  $a, b, c, d$  によって、次のように得点を定める。

$a \leq b \leq c \leq d$  のときは、 $(d - a + 1)$  点  
それ以外のときは、0 点

- (i) 得点が1点となる確率は  $\frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケコ}}}$  であり、得点が4点となる確率は  $\frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケコ}}}$  である。

- (ii) 得点の期待値は  $\frac{\boxed{\text{ソタ}}}{\boxed{\text{チツテ}}}$  点である。