$\boxed{\textbf{2}}$　a を定数とし，x の 2 次関数 $y = x^2 - 2(a-1)x + 2a^2 - 8a + 4$ ……… ① のグラフを G とする。

(1) グラフ G が表す放物線の頂点の座標は $\left(a - \boxed{\text{ア}}\,,\ a^2 - \boxed{\text{イ}}\,a + \boxed{\text{ウ}}\right)$ である。
グラフ G が x 軸と異なる 2 点で交わるのは
$\boxed{\text{エ}} - \sqrt{\boxed{\text{オ}}} < a < \boxed{\text{エ}} + \sqrt{\boxed{\text{オ}}}$ のときである。
さらに，その二つの交点がともに x 軸の負の部分にあるのは
$\boxed{\text{カ}} - \sqrt{\boxed{\text{キ}}} < a < \boxed{\text{ク}} - \sqrt{\boxed{\text{ケ}}}$ のときである。

(2) グラフ G が表す放物線の頂点の x 座標が 3 以上 7 以下の範囲にあるとする。
このとき，a の値の範囲は $\boxed{\text{コ}} \leqq a \leqq \boxed{\text{サ}}$
であり，2 次関数①の $3 \leqq x \leqq 7$ における最大値 M は
$\boxed{\text{コ}} \leqq a \leqq \boxed{\text{シ}}$ のとき，$M = \boxed{\text{ス}}\,a^2 - \boxed{\text{セソ}}\,a + \boxed{\text{タチ}}$
$\boxed{\text{シ}} \leqq a \leqq \boxed{\text{サ}}$ のとき，$M = \boxed{\text{ツ}}\,a^2 - \boxed{\text{テト}}\,a + \boxed{\text{ナニ}}$ である。
したがって，2 次関数①の $3 \leqq x \leqq 7$ における最小値が 6 であるならば
$a = \boxed{\text{ヌ}} + \boxed{\text{ネ}}\sqrt{\boxed{\text{ノ}}}$ であり，
最大値 $M = \boxed{\text{ハヒ}} - \boxed{\text{フ}}\sqrt{\boxed{\text{ヘ}}}$ である。

$\boxed{\text{解説}}$ (1) を標準形に変形すると，$y=x^2-2(a-1)x+2a^2-8a+4$

$=\{x-(a-1)\}^2-(a-1)^2+2a^2-8a+4=\{x-(a-1)\}^2+a^2-6a+3$

よって，頂点の座標は $(a-1,a^2-6a+3)$ である。

このグラフ G が x 軸と異なる 2 点で交わるのは，$y=0$ とおいた

二次方程式の判別式を D とおくと，$D>0$ であればよい。

$D/4=(a-1)^2-(2a^2-8a+4)=-a^2+6a-3$　$D>0$ より，$-a^2+6a-3>0$

$a^2-6a+3<0$ を解くと，$a^2-6a+3=0$ の解が，$a=3\pm\sqrt{3^2-3}=3\pm\sqrt{6}$

よって，$3-\sqrt{6}<a<3+\sqrt{6}$　…②のとき。

さらに，その二つの交点がともに x 軸の負の部分にあるのは，②の条件に加えて，

軸<0　かつ　$x=0$ のときの値>0　がともに成り立てばよい。

軸<0　より，$a-1<0$，$a<1$　…③，

$x=0$ のときの値>0　より，$2a^2-8a+4>0$，$a^2-4a+2>0$，$2-\sqrt{2}<a<2+\sqrt{2}$　…④

②，③，④をともに満たす a の値の範囲は，$3-\sqrt{6}<a<2-\sqrt{2}$

※余談だが，ここは，$\sqrt{6}=2.44\cdots$，$\sqrt{2}=1.41\cdots$ まで知っておかないと，

$3-\sqrt{6}$と $2-\sqrt{2}$ の大小は微妙である。開平計算ができれば別だが…

(2) 放物線の頂点の x 座標が 3 以上 7 以下の範囲にあるので，$3\leqq a-1\leqq 7$ より，$4\leqq a\leqq 8$

2 次関数①の $3\leqq x\leqq 7$ における最大値 M を場合を分けて考えると，

ⅰ)$3\leqq a-1\leqq 5$，つまり，$4\leqq a\leqq 6$ のとき，$x=7$ で最大値をとる。そのときの

最大値 $M=7^2-14(a-1)+2a^2-8a+4=2a^2-22a+67$

ⅱ)$5\leqq a-1\leqq 7$，つまり，$6\leqq a\leqq 8$ のとき，$x=3$ で最大値をとる。そのときの

最大値 $M=3^2-6(a-1)+2a^2-8a+4=2a^2-14a+19$

したがって，2 次関数①の $3\leqq x\leqq 7$ における最小値が 6 であるならば，$a^2-6a+3=6$

$a=3\pm\sqrt{3^2-(-3)}=3\pm2\sqrt{3}$，$4\leqq a\leqq 8$ だから，$a=3+2\sqrt{3}$

このときの最大値は，上記のⅱ) の場合だから，

$M=2(3+2\sqrt{3})^2-14(3+2\sqrt{3})+19=\cdots=19-4\sqrt{3}$ である。

※余談だが，ここも，$\sqrt{3}=1.73\cdots$ まで知っておく方がよい。