

1 [2003センター]

(1) 等比数列 $18, -6\sqrt{3}, 6, \dots$ の第6項は $\frac{\text{アイ} \sqrt{\text{ウ}}}{\text{エ}}$ であり、初項か

ら第15項までの奇数番目の項の和は $\frac{\text{オカキク}}{\text{ケコサ}}$ である。

(2) 数列 $1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 6, \dots$ の第 n 項を a_n とする。この数列を

$1 | 2, 2 | 3, 3, 3 | 4, 4, 4, 4 | 5, 5, 5, 5 | 6, \dots$

のように1個, 2個, 3個, 4個, ……と区画に分ける。

第1区画から第20区画までの区画に含まれる項の個数は シスセ であり、

$a_{215} = \text{ソタ}$ となる。

また、第1区画から第20区画までの区画に含まれる項の総和は チツテト であり、

$a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n \geq 3000$ となる最小の自然数 n は ナニヌ である。

2 [2003センター]

(1) $(3x+2y)^5$ を展開したとき、 x^2y^3 の係数は アイウ である。

$\{(3x+2y)+z\}^8$ を展開したとき、 z についての3次の項をまとめると、

$${}_8C_{\text{エ}} (3x+2y)^{\text{オ}} z^3$$

で表される。このとき、 $(3x+2y+z)^8$ の展開式での $x^2y^3z^3$ の係数は オカキクケ になり、また、 z についての3次の項のうち、係数の最大のもの

$$\text{コサシスセ} \times x^{\text{ソ}} y^{\text{タ}} z^3$$

である。

(2) 正の整数 a を初項とし、1より大きい整数 r を公比とする等比数列 $\{a_n\}$ が $a_4=54$

を満たすとき、 $a = \text{チ}$ 、 $r = \text{ツ}$ である。

このとき $S_n = \sum_{k=1}^n ka_k$ とすると、

$$rS_n - S_n = \left(\text{テ} n - \text{ト} \right) \text{ナ} + \text{ニ}$$

これより、 $S_6 = \text{ヌネノハ}$ である。

3 [2002センター]

(1) 初項が0でない等比数列 $\{a_n\}$ が $a_1 + 2a_2 = 0$ を満たしている.

このとき、公比は $\frac{\text{アイ}}{\text{ウ}}$ である.

$a_1 + a_2 + a_3 = \frac{9}{4}$ ならば、 $a_4 + a_5 + a_6 = \frac{\text{エオ}}{\text{カキ}}$ であり、

$\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_n} = 57$ となるのは $n = \text{ク}$ のときである.

(2) $b_n = pn + q$ で表される数列 $\{b_n\}$ に対して、初項から第 n 項までの和を S_n とする.

$b_7 = 1, S_{12} = 10$ ならば、 $p = \frac{\text{ケ}}{\text{コ}}$, $q = \frac{\text{サン}}{\text{ス}}$ であり、

$S_1 + S_2 + \dots + S_{12} = \frac{\text{セン}}{\text{タ}}$ である.

4 [2002センター]

10項からなる二つの数列

2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20

2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, 512, 1024

を横と縦に並べる. それぞれの数列から項を一つずつ選び、積を表にする. 次にはその一部分が書かれている.

	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
2	4	8								40
4	8	16								
8										
16										
32										
64										
128										
256										
512										
1024	2048									20480

(1) 太枠内の一番上に現れる数の和 $4 + 8 + \dots + 40$ は $\frac{\text{アイウ}}{\text{}}$ である.

(2) 太枠内の一番左に現れる数の和 $4 + 8 + \dots + 2048$ は $\frac{\text{エオカキ}}{\text{}}$ である.

(3) 太枠内に現れるすべての数の和は $\frac{\text{クケコサシス}}{\text{}}$ である.

(4) 太枠内の左上から右下に向かう対角線の部分に現れる数の和を S とすると

$$S - 2S = 2 \cdot 2 + 2 \cdot 2^2 + 2 \cdot 2^3 + \dots + 2 \cdot 2^{\text{セン}} - 20 \cdot 2^{\text{タチ}}$$

が成り立つので、 $S = \frac{\text{ツテトナニ}}{\text{}}$ である.

5 [2001センター]

(1) 数列 $\{a_n\}$ を次のように定める.

$$a_1=2, a_2=3, a_{n+2}-a_n=4 \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

このとき,

$$a_3 = \overset{\text{ア}}{\square}, a_4 = \overset{\text{イ}}{\square}, a_5 = \overset{\text{ウエ}}{\square}, a_6 = \overset{\text{オカ}}{\square}$$

であり, $a_{40} = \overset{\text{キク}}{\square}$ である. また,

$$\sum_{k=1}^{40} a_k = \overset{\text{ケコサシ}}{\square}$$

である.

(2) 数列 $\{b_n\}$ の各項から定数 c を引いて得られる数列は, 公比 2 の等比数列である.

$b_3=7, b_4=11$ であるとき,

$$c = \overset{\text{ス}}{\square}, b_1 = \overset{\text{セ}}{\square}$$

である. また,

$$\sum_{k=1}^{10} b_k = \overset{\text{ソタチツ}}{\square}$$

である.

6 [2001センター]

p を 0 でない実数とし, 数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和 S_n が,

$$S_n = pn^2 - pn + p + 3$$

で表されている. このとき,

$$a_1 = p + \overset{\text{ア}}{\square}, a_2 = \overset{\text{イ}}{\square}p, a_3 = \overset{\text{ウ}}{\square}p$$

である.

(1) $\{a_n\}$ が等差数列のとき, $p = \overset{\text{エオ}}{\square}$ であり,

$$a_n = \overset{\text{カキ}}{\square}n + \overset{\text{ク}}{\square}$$

となる. さらに,

$$\sum_{k=1}^{10} (k+1)a_k = \overset{\text{ケコサシス}}{\square}$$

である.

(2) $\{b_n\}$ を公比 r の等比数列とし,

$$b_1 = a_1, b_2 = -2a_2, b_3 = 3a_3$$

とする. このとき,

$$r = \overset{\text{セソ}}{\square}, p = \overset{\text{タ}}{\square}$$

である. また,

$$\sum_{k=1}^n b_k > 900$$

となる n のうちで最小のものは $\overset{\text{チ}}{\square}$ である.

7 [2000センター]

数列 $\{a_n\}$ は初項 a 、公差 d の等差数列で $a_{13}=0$ とし、 $S_n = \sum_{k=1}^n a_k$ とおく。また、数列 $\{b_n\}$ は初項 a 、公比 r の等比数列とし、 $b_3 = a_{10}$ とする。ただし、 a と r は正の数とする。

(1) このとき、 $a + \overset{\text{アイ}}{\square} d = 0$ である。また、 $r = \frac{\overset{\text{ウ}}{\square}}{\overset{\text{エ}}{\square}}$ である。

(2) $S_n < 0$ となるような n のうちで最小のものは $\overset{\text{オカ}}{\square}$ である。

(3) $S_{10} = 25$ のとき、 $a = \overset{\text{キ}}{\square}$ であり、 $\sum_{k=1}^6 b_k = \frac{\overset{\text{クケ}}{\square}}{\overset{\text{コ}}{\square}}$ となる。

8 [2000センター]

(1) 等差数列 $\{a_n\}$ に対して、 $S_n = \sum_{k=1}^n a_k$ とおく。ここで、初項 $a_1 = 38$ 、第 $(m+1)$ 項 $a_{m+1} = 5$ 、 $S_{m+1} = 258$ とする。

このとき、 $m = \overset{\text{アイ}}{\square}$ であり、公差は $\overset{\text{ウエ}}{\square}$ である。また、 S_n は

$n = \overset{\text{オカ}}{\square}$ のとき最大となり、その最大値は $\overset{\text{クケ}}{\square}$ である。

(2) 等比数列 $\{b_n\}$ の初項 b_1 と公比 r は正の数とし、 $T_n = \sum_{k=1}^n b_k$ とおく。この数列 $\{T_n\}$ は $5T_2 = 4T_4$ を満たすとする。

ここで、 $T_4 = (r^2 + \overset{\text{コ}}{\square})T_2$ であるので、数列 $\{b_n\}$ の公比は $r = \frac{\overset{\text{サ}}{\square}}{\overset{\text{シ}}{\square}}$ である。

さらに p を定数とし、 $U_n = p + T_n$ とおく。 $p = \overset{\text{スセ}}{\square} b_1$ であるならば、数列 $\{U_n\}$ は等比数列となる。

9 [1999センター]

初項が -100 で公差が 5 の等差数列 $\{a_n\}$ の一般項は $a_n = \square \left(n - \square \right)$ であ

る. この数列を次のように 1 個, 2 個, 2^2 個, 2^3 個, \dots と区画に分ける.

$$| a_1 | a_2 \ a_3 | a_4 \ a_5 \ a_6 \ a_7 | a_8 \dots$$

(1) m 番目の区画の最初の項を b_m とおくと $b_8 = \square$ であり

$$b_1 + b_2 + b_3 + \dots + b_8 = \square$$

(2) 6 番目の区画に入る項の和は \square である.

10 [1999センター]

(1) 初項 a , 公差 d の等差数列 $\{a_n\}$ に対して, $S_n = \sum_{k=1}^n a_k$ とおく.

$$\text{このとき } S_{10} = \square \left(\square a + \square d \right) \text{ である.}$$

$$\text{ここで } S_{10} = -5, S_{16} = 8 \text{ が成り立つとき } a = \square, d = \frac{\square}{\square} \text{ であり, また,}$$

$$S_1, S_2, \dots, S_{100} \text{ の中で最小の値は } \square \text{ である.}$$

(2) 初項 15 , 公比 2 の等比数列を $\{b_n\}$ とし, 正の整数 n を 4 で割ったときの余りを c_n

$$\text{とする. このとき } c_1 + c_2 + \dots + c_{40} = \square,$$

$$b_1 c_1 + b_2 c_2 + \dots + b_{40} c_{40} = \square \left(2^{\square} - 1 \right) \text{ である.}$$

11 [1998センター]

正の偶数を小さいものから順に並べた数列 $2, 4, 6, 8, \dots$ について考える.

- (1) 連続して並ぶ 5 項のうち、初めの 3 項の和が次の 2 項の和に等しければ、5 項のうちの中央の項は $\overset{\text{アイ}}{\square}$ である.
- (2) 連続して並ぶ $2n+1$ 項のうち、初めの $n+1$ 項の和が次の n 項の和に等しければ、 $2n+1$ 項のうちの中央の項は $\overset{\text{ウ}}{\square}n^2 + \overset{\text{エ}}{\square}n$ である.
- (3) 連続して並ぶ 5 項のうち、初めの 3 項の 2 乗の和が次の 2 項の 2 乗の和に等しければ、5 項のうちの中央の項は $\overset{\text{オカ}}{\square}$ である.
- (4) 連続して並ぶ $2n+1$ 項のうち、初めの $n+1$ 項の 2 乗の和が次の n 項の 2 乗の和に等しければ、 $2n+1$ 項のうちの中央の項は $\overset{\text{キ}}{\square}n^2 + \overset{\text{ク}}{\square}n$ である.

12 [1998センター]

二つの等差数列 $\{a_n\}$ と $\{b_n\}$ に対して $a_n + 2b_n = 5n - \frac{7}{2}$, $a_nb_n = 3n^2 - 4n + \frac{5}{4}$ が成り立

つとする. ここで、 $a_1 = 1$ であれば、 $b_1 = \frac{\overset{\text{ア}}{\square}}{\overset{\text{イ}}{\square}}$ である. このとき、 $\{a_n\}$ と $\{b_n\}$ の公差をそれぞれ d, e とすれば $d + 2e = \overset{\text{ウ}}{\square}$, $de = \overset{\text{エ}}{\square}$, $\frac{d}{4} + e = \overset{\text{オ}}{\square}$ となる.

したがって $\{a_n\}$ と $\{b_n\}$ は $a_n = \overset{\text{カ}}{\square}n - \overset{\text{キ}}{\square}$, $b_n = \frac{\overset{\text{ク}}{\square}}{\overset{\text{ケ}}{\square}}n - \frac{\overset{\text{コ}}{\square}}{\overset{\text{サ}}{\square}}$ で与えられる数列である. 次に、 $c_k = \frac{(a_k + 3)^2}{4b_k + 11}$ とおくと $\sum_{k=1}^n c_k = \frac{\overset{\text{シ}}{\square}}{\overset{\text{ス}}{\square}}n^2 + n$ である.

13 [1997センター]

公差 d の等差数列 $\{a_n\}$ の初項 a_1 から第 n 項 a_n までの和 S_n を定数 p, q, r を用いて、

$S_n = pn^2 + qn + r$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) と表す。このとき、

$$p = \frac{\text{ア}}{\text{イ}} d, r = \text{ウ} \quad \text{である。}$$

特に、 $p=2, q=3$ となるのは、 $a_1 = \text{エ}$ のときであり、一般項 a_n は

$$a_n = \text{オ} n + \text{カ} \quad \text{である。これより}$$

$$a_1 a_2 + a_2 a_3 + \dots + a_n a_{n+1} = \frac{n(\text{キク} n^2 + \text{ケコ} n + \text{サシ})}{\text{ス}}$$

$$\frac{1}{a_1 a_2} + \frac{1}{a_2 a_3} + \dots + \frac{1}{a_n a_{n+1}} = \frac{n}{\text{セ} (\text{ソ} n + \text{タ})}$$

が成り立つ。

14 [1997センター]

初項 7, 公比 2 の等比数列を $\{a_n\}$ とする。値が 1000 より小さい項のなかで、最大の数は

アイウ であり、それは第 エ 項である。

初項 13, 公差 15 の等差数列を $\{b_n\}$ とする。値が 1000 より小さい項のなかで、最大の

数は オカキ であり、それは第 クケ 項である。

数列 $\{a_n\}$ にも数列 $\{b_n\}$ にも現れる数のなかで、最小の数は コサ であり、1000 より

小さい最大の数は シスセ である。

15 [2004センター]

(1) 数列 $\{a_n\}$ を初項 a 、公差 d の等差数列とし、数列 $\{b_n\}$ を初項 -2 、公比 r の等比数列とする。

(i) $a_{10} = -15$, $a_{20} = -45$ ならば, $a =$ ^{アイ}, $d =$ ^{ウエ} となる。

(ii) $a_1 = b_2$, $a_2 = b_1$, $a_3 = b_3$, $r \neq 1$ ならば, $d =$ ^{オカ}, $r =$ ^{キク} となる。

(2) 次で定まる数列 $\{c_n\}$ を考える。

$$c_1 = 2, c_{n+1} = -c_n + n^2 + 3 \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

このとき, $c_{25} - c_{23} =$ ^{ケコ} であり, $c_{25} =$ ^{サシス} となる。

16 [2004センター]

(1) 整数からなる等比数列 $\{a_n\}$ が, $a_1 + a_2 = 32$, $a_4 + a_5 = 864$ を満たしている。

このとき, $a_n =$ ^ア \cdot ^イ n^{-1} であり,

$$\sum_{k=1}^n (a_k + 4k - 2) =$$
 ^ウ \cdot ^エ $n +$ ^オ $n^2 -$ ^カ となる。

(2) 分数 $\frac{9}{37}$ を小数で表したときに小数第 n 位に現れる数を b_n とする。すべての自然

数 n に対して $b_{n+p} = b_n$ となる最小の自然数 p は ^キ であり,

$$\sum_{k=1}^{100} b_k =$$
 ^{クケコ} である。

17 [2005センター]

(1) c を 0 でない定数とする。数列 $\{a_n\}$ を

$$a_1 = 3, a_{n+1} = 3a_n - c \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

によって定める。 $d = \frac{c}{\square}$ とすると、

$$a_{n+1} - d = 3(a_n - d) \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

が成り立つ。したがって、 $\sum_{k=1}^8 a_k$ を c を使って表すと

$$\sum_{k=1}^8 a_k = \text{イウエオ} \square - \text{カクケ} \square c \quad \text{である。}$$

(2) 数列 $\{b_n\}$ を

$$b_1 = 3, b_{n+1} = b_n + (2n + 3) \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

によって定める。この数列の一般項を $b_n = n^2 + pn + q$ とすると $p = \square$ 、

$q = \square$ である。

したがって、 $b_n < 10000$ となる最大の自然数 n は \square である。

また、

$$\frac{1}{b_1} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{3} \right), \frac{1}{b_2} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\square} - \frac{1}{4} \right), \dots,$$

$$\frac{1}{b_8} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\square} - \frac{1}{10} \right)$$

となるので $\sum_{k=1}^8 \frac{1}{b_k} = \frac{\square}{45}$ である。

18 [2005センター]

(1) 数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和 $S_n = \sum_{k=1}^n a_k$ が

$$S_n = -n^2 + 24n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で与えられるものとする。このとき $a_1 = \square$ 、 $a_2 = \square$ である。

また $a_n < 0$ となる自然数 n の値の範囲は $n \geq \square$ であり、

$$\sum_{k=1}^{40} |a_k| = \square \quad \text{となる。}$$

(2) 初項 1、公比 3 の等比数列を $\{b_k\}$ とおく。各自然数 n に対して、 $b_k \leq n$ を満たす最大の b_k を c_n とおく。例えば、 $n = 5$ のとき

$$b_2 = 3, b_3 = 9 \quad \text{であり} \quad b_1 < b_2 \leq 5 < b_3 < b_4 < \dots$$

なので $c_5 = b_2 = 3$ である。

(i) $c_{10} = \square$ であり、 $c_n = 27$ である自然数 n は全部で \square 個ある。

(ii) $\sum_{k=1}^{30} c_k = \square$ である。

19 [2006センター]

a, b, c を相異なる実数とする。数列 $\{x_n\}$ は等差数列で、最初の 3 項が順に a, b, c であるとし、数列 $\{y_n\}$ は等比数列で、最初の 3 項が順に c, a, b であるとする。

(1) b と c は a を用いて $b = \frac{\text{アイ}}{\text{ウ}} \square a$, $c = \frac{\text{エオ}}{\text{カ}} \square a$ と表され、等差数列 $\{x_n\}$ の公

差は $\frac{\text{カキ}}{\text{ク}} \square a$ である。

(2) 等比数列 $\{y_n\}$ の公比は $\frac{\text{アイ}}{\text{ウ}} \square$ であるから、 $\{y_n\}$ の初項から第 8 項までの和は、

a を用いて $\frac{\text{ケコサ}}{\text{シス}} \square a$ と表される。

(3) 数列 $\{z_n\}$ は最初の 3 項が順に b, c, a であり、その階差数列 $\{w_n\}$ が等差数列であ

るとする。このとき、 $\{w_n\}$ の公差は $\frac{\text{セ}}{\text{ソ}} \square a$ であり、 $\{w_n\}$ の一般項は

$w_n = \frac{\text{タ}}{\text{テ}} \square n - \frac{\text{チツ}}{\text{ト}} \square a$ である。

したがって、数列 $\{z_n\}$ の一般項は、 a を用いて

$$z_n = \frac{a}{\text{ト}} \left(\text{ナ} \square n^2 - \text{ニヌ} \square n + \text{ネノ} \square \right)$$

と表される。

20 [2007センター]

三つの数列 $\{a_n\}, \{b_n\}, \{c_n\}$ がある。

(1) 数列 $\{a_n\}$ は、初項が -27 で、漸化式 $a_{n+1} = 3a_n + 60$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) を満た

すとする。このとき $a_n = \square \text{ア}^n - \square \text{イウ}$ である。

数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和 S_n は

$$S_n = \frac{\text{エ}}{\text{オ}} \left(\square \text{カ}^n - \square \text{キ} \right) - \square \text{イウ} n$$

である。また、 $S_n > 0$ となる最小の自然数 n は $\square \text{ク}$ である。

(2) 第 n 項が $2b_n + c_n$ で与えられる数列 $\{2b_n + c_n\}$ は、初項が 0 で公差が d の等差数列になり、第 n 項が $b_n - 2c_n$ で与えられる数列 $\{b_n - 2c_n\}$ は、初項が x で公比が r の等比数列になるとする。このとき $b_n + c_n$ は

$$b_n + c_n = \frac{\text{ケ}}{\text{コ}} d(n-1) - \frac{\text{サ}}{\text{シ}} xr^{n-1}$$

と表される。

(3) 数列 $\{a_n\}, \{b_n\}, \{c_n\}$ は (1), (2) を満たすとする。さらに、第 n 項が $b_n + c_n$ で与えられる数列 $\{b_n + c_n\}$ の階差数列は、数列 $\{a_n\}$ であるとする。このとき

$$a_n = \frac{\text{ケ}}{\text{コ}} d + \frac{\text{サ}}{\text{シ}} x(1-r)r^{n-1}$$

であるから、(1) より $r = \square \text{ス}$, $x = \frac{\text{セソタ}}{\text{チ}}$, $d = \square \text{ツテト}$ である。

したがって、数列 $\{b_n\}, \{c_n\}$ の第 n 項は、それぞれ

$$b_n = -\frac{\text{ナ}}{\text{ニ}} \square^n - \square \text{ヌネ} (n-1), \quad c_n = \square \text{ノ} \square^n - \square \text{ハヒ} (n-1)$$

である。