$\boxed{1}$［2003センター］

$\triangle$ABCにおいて，AB$=5$，BC$=2\sqrt{3}$，CA$=4+\sqrt{3}$とする．

このとき，$\cos A=\dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}$である．

$\triangle$ABCの面積は$\dfrac{\boxed{ウエ}+\boxed{オ}\sqrt{\boxed{カ}}}{2}$であり，$\triangle$ABCの外接円Oの半径

は$\dfrac{\boxed{キ}\sqrt{\boxed{ク}}}{\boxed{ケ}}$である．

Bを通りCAに平行な直線と円Oとの交点のうち，Bと異なる方をDとする．

このとき，CD$=\boxed{コ}$，BD$=\boxed{サ}-\sqrt{\boxed{シ}}$であり，台形ADBCの面積は

$\boxed{スセ}$である．

$\boxed{2}$［2003センター］

(1)　一般にA，Bを定数とするとき，$x\geqq 0$を満たすすべてのxに対して，xの1次不等式$Ax+B>0$が成り立つ条件は$A\geqq\boxed{ア}$　かつ　$B>\boxed{イ}$である．

(2)　$x\geqq 0$を満たすすべてのxに対して，不等式

$$(x+1)\sin^2\alpha+(2x-1)\sin\alpha\cos\alpha-x\cos^2\alpha>0 \quad \cdots\cdots ①$$

が成り立つようなαの値の範囲を求めよう．ただし，$0^\circ\leqq\alpha\leqq 180^\circ$とする．

$x\geqq 0$を満たすすべてのxに対して，①が成り立つ条件は

$$\sin\boxed{ウ}\alpha\geqq\cos\boxed{エ}\alpha \quad かつ \quad \sin\boxed{オ}\alpha>\sin\alpha\cos\alpha$$

が成り立つことである．

これより，求めるαの値の範囲は$\boxed{カキ}^\circ<\alpha\leqq\dfrac{\boxed{クケコ}^\circ}{\boxed{サ}}$である．

3 〔2003センター〕

四角形 ABCD が $AB=2+2\sqrt{3}$，$\angle ABC=60^\circ$，$BC=4$，$AD=3\sqrt{2}$，

$\cos\angle ADC=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$ を満たすとする．

このとき，対角線 AC の長さは $\boxed{\text{ア}}\sqrt{\boxed{\text{イ}}}$ であり，

$\cos\angle ACB=\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{ウ}}}-\sqrt{\boxed{\text{エ}}}}{\boxed{\text{オ}}}$ である．

さらに，$\sin\angle ACD=\dfrac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}$，△ACD の外接円の半径は $\boxed{\text{ク}}\sqrt{2}$ となる．

また，$CD=\boxed{\text{ケ}}\sqrt{2}+\boxed{\text{コ}}\sqrt{3}$ であり，四角形 ABCD の面積は，

$\boxed{\text{サ}}+\boxed{\text{シ}}\sqrt{2}+\boxed{\text{ス}}\sqrt{3}$ である．

4 〔2003センター〕

△ABC が $AB=2\sqrt{3}$，$AC=3$，$\cos C=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$ を満たすとする．

このとき，$\sin B=\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$，△ABC の外接円の半径は $\boxed{\text{ウ}}$ となる．

$BC=\boxed{\text{エ}}+\sqrt{\boxed{\text{オ}}}$ であり，△ABC の面積は，$\dfrac{\boxed{\text{カ}}\sqrt{2}+\boxed{\text{キ}}\sqrt{3}}{2}$

である．

$\boxed{5}$［2003センター］

$0° < \theta < 180°$ とする．$180°$ の $\sin\theta$ 倍の角 $180°\sin\theta$ のとりうる値の範囲は

$0° < 180°\sin\theta \leqq \boxed{\text{アイウ}}°$ である．

次に，二つの式

$A = \cos(180°\sin\theta)\sin(180°\sin\theta)$，$B = \cos(180°\sin\theta) + \sin(180°\sin\theta)$

を考える．

(1)　$A > 0$ となるのは，θ について $0 < \sin\theta < \dfrac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}$ が成り立つときである．

したがって，$A > 0$ となるのは，$0° < \theta < \boxed{\text{カキ}}°$　または　$\boxed{\text{クケコ}}° < \theta < 180°$

のときである．

(2)　$B = \sqrt{2}\sin\left(180°\sin\theta + \boxed{\text{サシ}}°\right)$ であるから，$B > \sqrt{\dfrac{3}{2}}$ となるのは，

$\dfrac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セソ}}} < \sin\theta < \dfrac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{セソ}}}$ のときである．

(3)　$|B| \leqq 1$ となるのは，$\boxed{\text{チツ}}° \leqq \theta \leqq \boxed{\text{テトナ}}°$ のときである．

$\boxed{6}$［2002センター］

半径 R の円に内接する四角形ABCDが

$$\mathrm{AB} = \sqrt{3} - 1,\quad \mathrm{BC} = \sqrt{3} + 1,\quad \cos\angle\mathrm{ABC} = -\frac{1}{4}$$

を満たしており，△ACDの面積は△ABCの面積の3倍であるとする．

このとき，$\mathrm{AC} = \boxed{\text{ア}}$，

$$\sin\angle\mathrm{ABC} = \frac{\sqrt{\boxed{\text{イウ}}}}{4},\quad R = \frac{\boxed{\text{エ}}\sqrt{\boxed{\text{オカ}}}}{\boxed{\text{キ}}}$$

である．また，△ACDの面積は $\dfrac{\boxed{\text{ク}}\sqrt{\boxed{\text{ケコ}}}}{4}$ であるから，

$$\mathrm{AD} \times \mathrm{CD} = \boxed{\text{サ}},\quad \mathrm{AD}^2 + \mathrm{CD}^2 = \boxed{\text{シス}}$$ となる．

したがって，四角形ABCDの周の長さは $\boxed{\text{セ}}\sqrt{\boxed{\text{ソ}}} + 2\sqrt{3}$ である．

$\boxed{7}$ [2002センター]

半径 R の円に内接する四角形 ABCD が

$$\mathrm{AB}=\sqrt{3}-1,\ \mathrm{BC}=\sqrt{3}+1,\ \cos\angle\mathrm{ABC}=-\frac{1}{4}$$

を満たしており，△ACD の面積は △ABC の面積の 3 倍であるとする．

このとき，$\mathrm{AC}=\boxed{\text{ア}}$，$R=\dfrac{\boxed{\text{イ}}\sqrt{\boxed{\text{ウエ}}}}{\boxed{\text{オ}}}$ である．

また，△ACD と △ABC の面積についての条件から，

$$\mathrm{AD}\times\mathrm{CD}=\boxed{\text{カ}},\ \mathrm{AD}^2+\mathrm{CD}^2=\boxed{\text{キク}}$$ となる．

したがって，四角形 ABCD の周の長さは $\boxed{\text{ケ}}\sqrt{\boxed{\text{コ}}}+2\sqrt{3}$ である．

$\boxed{8}$ [2002センター]

a を正の定数とし，角 θ の関数 $f(\theta)=\sin(a\theta)+\sqrt{3}\cos(a\theta)$ を考える．

(1) $f(\theta)=\boxed{\text{ア}}\sin\left(a\theta+\boxed{\text{イウ}}^\circ\right)$ である．

(2) $f(\theta)=0$ を満たす正の角 θ のうち，最小のものは $\dfrac{\boxed{\text{エオカ}}^\circ}{a}$ であり，小さい方から数えて 4 番目と 5 番目のものは，それぞれ $\dfrac{\boxed{\text{キクケ}}^\circ}{a}$，$\dfrac{\boxed{\text{コサシ}}^\circ}{a}$ である．

(3) $0^\circ\leqq\theta\leqq180^\circ$ の範囲で，$f(\theta)=0$ を満たす θ がちょうど 4 個存在するような a の範囲は $\dfrac{\boxed{\text{スセ}}}{\boxed{\text{ソ}}}\leqq a<\dfrac{\boxed{\text{タチ}}}{\boxed{\text{ツ}}}$ である．

$\boxed{9}$［2002センター］

鋭角三角形 △ABC を底面とする四面体 ABCD において，$DA=\dfrac{3\sqrt{55}}{11}$，$BC=\sqrt{3}$ であり，△ABC の外接円の中心 O と点 D を通る直線は，底面に垂直で $\tan\angle DAO=\sqrt{2}$，$\cos\angle AOB=-\dfrac{5}{6}$ を満たしているとする．

このとき，$\cos\angle DAO=\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{ア}}}}{\boxed{\text{イ}}}$ となり，円 O の半径は $\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{ウエオ}}}}{11}$ となる．

また，$AB=\sqrt{\boxed{\text{カ}}}$，$\sin\angle ACB=\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{キク}}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ で，$CA=\boxed{\text{コ}}$ である．

したがって，△ABC の面積は $\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{サシ}}}}{2}$ である．

さらに，四面体 ABCD の高さ DO は $\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{スセソ}}}}{\boxed{\text{タチ}}}$ であるから，体積は

$\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{ツテ}}}}{\boxed{\text{ト}}}$ となる．

$\boxed{10}$［2002センター］

鋭角三角形 △ABC を底面とする四面体 ABCD において，$DA=\dfrac{3\sqrt{55}}{11}$，$BC=\sqrt{3}$ であり，△ABC の外接円の中心 O と点 D を通る直線は，底面に垂直で $\tan\angle DAO=\sqrt{2}$，$\cos\angle AOB=-\dfrac{5}{6}$ を満たしているとする．

このとき，$\cos\angle DAO=\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{ア}}}}{\boxed{\text{イ}}}$ となり，円 O の半径は $\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{ウエオ}}}}{11}$ となる．

また，$AB=\sqrt{\boxed{\text{カ}}}$，$\sin\angle ACB=\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{キク}}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ で，$CA=\boxed{\text{コ}}$ である．

さらに，四面体 ABCD の体積は $\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{サシ}}}}{\boxed{\text{ス}}}$ となる．

$\boxed{11}$ [2002センター]

a は $-2 \leqq a \leqq 2$ を満たす定数とする．二つの角 x，y は $\cos x - \cos y = a$ ……① を満たしながら $0° \leqq x \leqq 180°$，$0° \leqq y \leqq 180°$ ……② の範囲を動くものとする．
このとき $s = \sin x + \sin y$ ……③ の最大値を求めよう．

①と③から $s^2 + a^2 = \boxed{ア} - \boxed{イ}\cos(x+y)$ を得る．

①と②を満たす x，y で，$\cos(x+y) = -1$ となるものがあれば，s の最大値は

$\sqrt{\boxed{ウ} - a^2}$ である．

このような x，y があることを示そう．

②の範囲で $\cos(x+y) = -1$ となるのは $x + y = \boxed{エオカ}°$ のときである．

このとき $\cos x + \cos y = \boxed{キ}$ であり，①と合わせて

$\cos x = \dfrac{\boxed{ク}}{\boxed{ケ}}$，$\cos y = \dfrac{\boxed{コサ}}{\boxed{シ}}$ となる．

これを満たす x，y は存在する．

$\boxed{12}$ [2001センター]

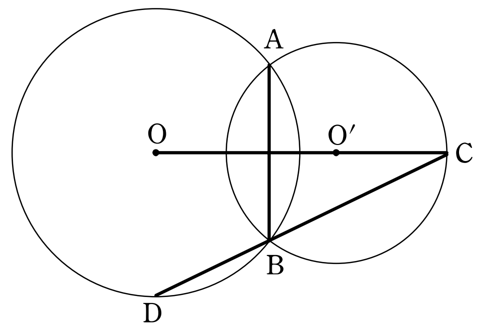
図のように交わる2円O，O′がある．この図においてA，Bは2円の交点，Cは直線OO′と円O′の交点，Dは直線CBと円Oの交点である．さらに

$$\sin\angle ABC = \frac{2\sqrt{5}}{5},\quad AB = 3,\quad BD = \sqrt{5}$$

とする．このとき

$$\cos\angle ABC = \frac{\sqrt{\boxed{ア}}}{\boxed{イ}},\quad \cos\angle ABD = \frac{\boxed{ウ}\sqrt{\boxed{エ}}}{\boxed{オ}}$$

$$AD = \boxed{カ}\sqrt{\boxed{キ}}$$



となり，円Oの半径は $\dfrac{\boxed{ク}}{\boxed{ケ}}$ である．また△ABDの面積は $\boxed{コ}$ である．

一方，

$$BC = \frac{\boxed{サ}}{\boxed{シ}}\sqrt{\boxed{ス}}$$

となり，△ADCの面積は $\dfrac{\boxed{セソ}}{\boxed{タ}}$ である．

$\boxed{13}$ [2001センター]

(1)　$0^\circ < \theta < 90^\circ$ とする．

$$\tan\theta + \frac{1}{\tan\theta} = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\sin\boxed{\text{イ}}\,\theta}$$

$$\tan\theta - \frac{1}{\tan\theta} = \frac{\boxed{\text{ウエ}}\cos\boxed{\text{オ}}\,\theta}{\sin\boxed{\text{カ}}\,\theta}$$

であり，これらを用いて $\tan 15^\circ$ を求めると

$$\tan 15^\circ = \boxed{\text{キ}} - \sqrt{\boxed{\text{ク}}}$$

である．

(2)　θ が $15^\circ \leqq \theta \leqq 60^\circ$ の範囲を動くとき，$\tan\theta + \dfrac{1}{\tan\theta}$ は

$\theta = \boxed{\text{ケコ}}^\circ$ のとき最小値 $\boxed{\text{サ}}$

$\theta = \boxed{\text{シス}}^\circ$ のとき最大値 $\boxed{\text{セ}}$

をとる．

$\boxed{14}$ [2001センター]

関数 $y = 3\sin\theta - 2\sin^3\theta$　$(0^\circ \leqq \theta \leqq 210^\circ)$ の最大値と最小値を求めたい．

そのため $\sin\theta = x$ とおくと，y は $y = 3x - 2x^3$ と表される．x の動く範囲は

$\dfrac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウ}}} \leqq x \leqq \boxed{\text{エ}}$ であるから，y は $x = \dfrac{1}{\sqrt{\boxed{\text{オ}}}}$ のとき最大値 $\sqrt{\boxed{\text{カ}}}$

をとり，$x = \dfrac{\boxed{\text{キク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ のとき最小値 $\dfrac{\boxed{\text{コサ}}}{\boxed{\text{シ}}}$ をとる．

θ の関数としては，y は

$\theta = \boxed{\text{スセ}}^\circ$　および　$\theta = \boxed{\text{ソタチ}}^\circ$ のとき最大

$\theta = \boxed{\text{ツテト}}^\circ$ のとき最小

である．

$\boxed{15}$ [2001センター]

半径 R の円 O に内接する四角形 ABCD は

$$AB=AD=\sqrt{3},\ \cos\angle BAD=-\frac{1}{3},\ \cos\angle ABC=\frac{\sqrt{3}}{3}$$

を満たす．このとき

$$BD=\boxed{ア}\sqrt{\boxed{イ}},\quad R=\frac{\boxed{ウ}}{\boxed{エ}}$$

$$\sin\angle ABC=\frac{\sqrt{\boxed{オ}}}{\boxed{カ}},\quad AC=\sqrt{\boxed{キ}}$$

$$BC=\boxed{ク},\quad CD=\boxed{ケ}$$

となる．さらに △ABC の面積は

$$\frac{\boxed{コ}\sqrt{\boxed{サ}}}{2}$$

である．

$\boxed{16}$ [2001センター]

半径 R の円 O に内接する四角形 ABCD は

$$AB=AD=\sqrt{3},\ \cos\angle BAD=-\frac{1}{3},\ \cos\angle ABC=\frac{\sqrt{3}}{3}$$

を満たす．このとき

$$BD=\boxed{ア}\sqrt{\boxed{イ}},\quad R=\frac{\boxed{ウ}}{\boxed{エ}}$$

$$\sin\angle ABC=\frac{\sqrt{\boxed{オ}}}{\boxed{カ}},\quad AC=\sqrt{\boxed{キ}}$$

$$CD=\boxed{ク}$$

である．

$\boxed{17}$［2001センター］

$4(1+\cos\theta)^3$ を $\cos\theta$，$\cos 2\theta$，$\cos 3\theta$ の一次式として表そう．

$$\cos^2\theta=\frac{1}{\boxed{\text{ア}}}(1+\cos 2\theta)$$

また

$$\cos 3\theta=\cos 2\theta\cos\theta-\sin 2\theta\sin\theta$$
$$=\boxed{\text{イ}}\cos^3\theta-\boxed{\text{ウ}}\cos\theta$$

より

$$\cos^3\theta=\frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}\cos\theta+\frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}\cos 3\theta$$

である．

これらのことから $4(1+\cos\theta)^3$ は，次のように

$$\boxed{\text{クケ}}+\boxed{\text{コサ}}\cos\theta+\boxed{\text{シ}}\cos 2\theta+\cos 3\theta$$

と表される．

$\boxed{18}$［2000センター］

四角形 ABCD は，円 O に内接し，

$$AB=3,\ BC=CD=\sqrt{3},\ \cos\angle ABC=\frac{\sqrt{3}}{6}$$

とする．このとき，

$$AC=\boxed{\text{ア}},\ AD=\boxed{\text{イ}},\ \sin\angle ABC=\frac{\sqrt{\boxed{\text{ウエ}}}}{\boxed{\text{オ}}}$$

であり，円 O の半径は $\dfrac{\boxed{\text{カ}}\sqrt{\boxed{\text{キク}}}}{11}$ である．

また，$\triangle$ABC の面積を S_1，$\triangle$ACD の面積を S_2 とすると，

$$S_1=\frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}\sqrt{11},\ S_2=\frac{\sqrt{11}}{\boxed{\text{サ}}}$$

である．

19 [2000センター]

四角形 ABCD は，円 O に内接し，

$$AB=3,\ BC=CD=\sqrt{3},\ \cos\angle ABC=\frac{\sqrt{3}}{6}$$

とする．このとき，

$$AC=\boxed{\text{ア}},\ AD=\boxed{\text{イ}}$$

であり，円 O の半径は $\dfrac{\boxed{\text{ウ}}\sqrt{\boxed{\text{エオ}}}}{11}$ である．

また，△ABD の面積を S_1，△BCD の面積を S_2 とすると，

$$\frac{S_2}{S_1}=\frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}$$

である．

20 [2000センター]

座標平面上の直線 $y=3x$ を l とする．原点 O と異なる l 上の点 A を第 1 象限にとり，x 軸に関して A と対称な点を B，l に関して B と対称な点を C とする．

(1)　直線 AB と x 軸との交点を D，$\angle AOD=\theta$ とすると

$$\tan\theta=\boxed{\text{ア}},\ \cos\theta=\frac{1}{\sqrt{\boxed{\text{イウ}}}}$$

である．また，$\angle CAB=\alpha$ とおくと

$$\alpha=\boxed{\text{エオカ}}^\circ-\boxed{\text{キ}}\theta$$

であり，$\cos\alpha=\dfrac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ となる．

(2)　△OAB の面積を S_1，△OBC の面積を S_2 とする．$\angle BOC=\boxed{\text{コ}}\alpha$ であり，

$$\frac{S_1}{S_2}=\frac{\sin 2\theta}{\sin\left(\boxed{\text{コ}}\alpha\right)}=\frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}$$

である．

$\boxed{21}$［2000センター］

四角形ABCDは，円Oに内接し，

$$2AB=BC,\ CD=2,\ DA=1,\ \cos\angle ABC=\frac{5}{8}$$

を満たしている．このとき，

$$\cos\angle ADC=\frac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウ}}},\ AC=\frac{\sqrt{\boxed{\text{エオ}}}}{\boxed{\text{カ}}},\ \sin\angle ADC=\frac{\sqrt{\boxed{\text{キク}}}}{\boxed{\text{ケ}}}$$

である．また，円Oの半径は $\frac{2}{13}\sqrt{\boxed{\text{コサシ}}}$ で，$AB=\sqrt{\boxed{\text{ス}}}$ である．さらに

$$BD=\frac{4}{5}\sqrt{\boxed{\text{セソ}}},\ \cos\angle BCD=\frac{2}{5}\sqrt{\boxed{\text{タ}}}$$

である．

$\boxed{22}$［2000センター］

四角形ABCDは，円Oに内接し，

$$2AB=BC,\ CD=2,\ DA=1,\ \cos\angle ABC=\frac{5}{8}$$

を満たしている．このとき，$AC=\frac{\sqrt{\boxed{\text{アイ}}}}{\boxed{\text{ウ}}}$ である．また，円Oの半径は

$\frac{2}{13}\sqrt{\boxed{\text{エオカ}}}$ で，$AB=\sqrt{\boxed{\text{キ}}}$ である．さらに

$$BD=\frac{4}{5}\sqrt{\boxed{\text{クケ}}},\ \cos\angle BCD=\frac{2}{5}\sqrt{\boxed{\text{コ}}}$$

である．

$\boxed{23}$ [2000センター]

a を実数とし，関数

$$F(x)=a\sin(x-60^\circ)+a\sin(x+60^\circ)-2\sin^2 x$$

を考える．ただし，$0^\circ \leqq x \leqq 180^\circ$ とする．

(1) $F(x)=\left(\boxed{\text{ア}}-\boxed{\text{イ}}\sin x\right)\sin x$ と表される．

(2) $0^\circ \leqq x \leqq 180^\circ$ で常に $F(x) \geqq 0$ が成り立つような a の最小値は $\boxed{\text{ウ}}$ である．

(3) $0<a\leqq \boxed{\text{ウ}}$ の場合を考える．

$F(x)$ は $\sin x=\dfrac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}a$ のとき最大値 $m=\dfrac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}a^{\boxed{\text{ク}}}$ をとる．また，$F(x)$ の最小値は $\boxed{\text{ケ}}-\boxed{\text{コ}}$ である．

実数 b を $0<b<m$ を満たすようにとるとき，x に関する方程式 $F(x)=b$ の解は $\boxed{\text{サ}}$ 個ある．

$\boxed{24}$ [2000センター]

原点を O とし，2 直線

$$y=\frac{12}{5}x \quad \cdots\cdots ①$$

$$y=-\frac{3}{4}(x-1) \quad \cdots\cdots ②$$

の交点を A，x 軸と直線 ② の交点を B とする．$\angle$AOB の二等分線 l の方程式を求めよう．l と x 軸のなす角を θ とすると，$\tan 2\theta=\dfrac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$ である．

2 倍角の公式から $t=\tan\theta$ は，方程式

$$\boxed{\text{エ}}t^2+\boxed{\text{オ}}t-\boxed{\text{カ}}=0$$

を満たすことがわかる．これより，l の方程式は $y=\dfrac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}x$ である．

線分 OB の B の側への延長上に点 C をとる．

l の場合と同様にして，$\angle$ABC の二等分線 m の方程式は

$$y=\boxed{\text{ケ}}x-\boxed{\text{コ}}$$

である．したがって，l と m の交点の座標は $\left(\dfrac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}},\ \dfrac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}\right)$ である．

$\boxed{25}$［1999センター］

円Oに内接する四角形ABCDは$AB=BC=2\sqrt{2}$，$BD=2\sqrt{3}$，$\angle ABC=120°$を満たすとする．ただし，$AD>CD$とする．このとき$AC=\boxed{ア}\sqrt{\boxed{イ}}$，

$\angle BDC=\boxed{ウエ}°$であり，円Oの半径は$\boxed{オ}\sqrt{\boxed{カ}}$となる．

また$\sin\angle BAD=\dfrac{\sqrt{\boxed{キ}}}{\boxed{ク}}$である．

さらに$AD=\boxed{ケ}+\sqrt{\boxed{コ}}$，$CD=\boxed{ケ}-\sqrt{\boxed{コ}}$であり，四角形ABCDの面積は$\boxed{サ}\sqrt{\boxed{シ}}$である．

$\boxed{26}$［1999センター］

円に内接する四角形ABCDは$AB=BC=2\sqrt{2}$，$BD=2\sqrt{3}$，$\angle ABC=120°$を満たすとする．ただし，$AD>CD$とする．このとき$AC=\boxed{ア}\sqrt{\boxed{イ}}$，

$\angle BDC=\boxed{ウエ}°$である．

また$AD=\boxed{オ}+\sqrt{\boxed{カ}}$，$CD=\boxed{オ}-\sqrt{\boxed{カ}}$であり，

四角形ABCDの面積は$\boxed{キ}\sqrt{\boxed{ク}}$である．

$\boxed{27}$［1999センター］

△ABC の辺 AB，AC 上にそれぞれ点 D，E を AD : DB$=t$: 1，AE : EC$=1$: $(t+1)$ となるようにとる．

さらに BE と CD の交点と A を結ぶ直線が BC と交わる点を F とおく．

次の文中の $\boxed{\text{エオ}}$ ～ $\boxed{\text{シス}}$ については，当てはまる文字を A～F のうちから選べ．ただし，エとオ，カとキ，クとケ，コとサ，シとスは，それぞれ解答の順序を問わない．

(1) DE が BC に平行になるとき $t=\dfrac{\boxed{\text{アイ}}+\sqrt{\boxed{\text{ウ}}}}{2}$ である．

(2) △ABF と △AFC の面積をそれぞれ S_1，S_2 とするとき

$S_1 : S_2=\boxed{\text{エオ}} : \boxed{\text{カキ}}=\boxed{\text{クケ}}\sin\angle\text{BAF} : \boxed{\text{コサ}}\sin\angle\text{FAC}$ である．

また，AF が △ABC の内心を通るならば BF : FC$=\boxed{\text{シス}}$: AC であり，さらに AC$=12$AB のとき $t=\boxed{\text{セ}}$ である．

$\boxed{28}$［1999センター］

関数 $y=2\cos 3x$ の周期のうち正で最小のものは $\boxed{\text{アイウ}}^\circ$ である．$0^\circ \leqq x \leqq 360^\circ$ のとき，関数 $y=2\cos 3x$ において，$y=2$ となる x は $\boxed{\text{エ}}$ 個，$y=-2$ となる x は $\boxed{\text{オ}}$ 個ある．

また，$y=\sin x$ と $y=2\cos 3x$ のグラフより，方程式 $\sin x=2\cos 3x$ は $0^\circ \leqq x \leqq 360^\circ$ のとき $\boxed{\text{カ}}$ 個の解をもつことがわかる．

$\boxed{29}$［1999センター］

円 O に内接する四角形 ABCD は AB＝2，BC＝3，CD＝1，∠ABC＝60° を満たすとする．このとき ∠CDA＝$\boxed{\text{アイウ}}$°，AC＝$\sqrt{\boxed{\text{エ}}}$，AD＝$\boxed{\text{オ}}$ である．

また，円 O の半径は $\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{カキ}}}}{3}$ であり $\sin\angle\text{BAC}=\dfrac{\boxed{\text{ク}}\sqrt{\boxed{\text{ケコ}}}}{14}$ である．さらに $\text{BD}=\dfrac{\boxed{\text{サ}}\sqrt{\boxed{\text{シ}}}}{\boxed{\text{ス}}}$，$\sin\angle\text{BCD}=\dfrac{\boxed{\text{セ}}\sqrt{\boxed{\text{ソ}}}}{\boxed{\text{タ}}}$ であり，

三角形 BCD の面積は $\dfrac{\boxed{\text{チ}}\sqrt{\boxed{\text{ツ}}}}{\boxed{\text{テ}}}$ である．

$\boxed{30}$［1999センター］

円に内接する四角形 ABCD は AB＝2，BC＝3，CD＝1，∠ABC＝60° を満たすとする．このとき ∠CDA＝$\boxed{\text{アイウ}}$°，AC＝$\sqrt{\boxed{\text{エ}}}$，AD＝$\boxed{\text{オ}}$ である．

また $\sin\angle\text{BAC}=\dfrac{\boxed{\text{カ}}\sqrt{\boxed{\text{キク}}}}{14}$ であり $\text{BD}=\dfrac{\boxed{\text{ケ}}\sqrt{\boxed{\text{コ}}}}{\boxed{\text{サ}}}$ である．

$\boxed{31}$ [1999センター]

$0° \leqq \theta < 360°$ のとき，$y = \sin^3\theta - \cos^3\theta$ の最大値を求めよう．$x = \sin\theta - \cos\theta$ とおくと，x のとる値の範囲は $-\sqrt{\boxed{ア}} \leqq x \leqq \sqrt{\boxed{イ}}$ である．等式

$x^2 = \boxed{ウ} - \boxed{エ}\sin\theta\cos\theta$，$x^3 = \sin^3\theta - 3\sin^2\theta\cos\theta + 3\sin\theta\cos^2\theta - \cos^3\theta$

を用いると $y = -\dfrac{\boxed{オ}}{\boxed{カ}}x^{\boxed{キ}} + \dfrac{\boxed{ク}}{\boxed{ケ}}x$ となる．したがって，y は $x = \boxed{コ}$ のとき最大値 $\boxed{サ}$ をとる．

このときの θ の値は $\boxed{シス}°$ または $\boxed{セソタ}°$ である．

$\boxed{32}$ [1998センター]

四角形ABCDは円に内接し，$\angle ABC$ は鈍角で，$AB = 2$, $BC = \sqrt{6}$, $\sin\angle ABC = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$ とする．また，線分ACとBDは直角に交わるとする．

このとき $\cos\angle ABC = \dfrac{\boxed{ア}\sqrt{\boxed{イ}}}{\boxed{ウ}}$, $AC = \boxed{エ}\sqrt{\boxed{オ}}$ となる．円の半径は $\dfrac{\boxed{カ}\sqrt{\boxed{キ}}}{\boxed{ク}}$ であり $\sin\angle CAB = \dfrac{\boxed{ケ}}{\boxed{コ}}$, $\sin\angle ACB = \dfrac{\sqrt{\boxed{サ}}}{\boxed{シ}}$ となる．また，三角形ABCの面積は $\sqrt{\boxed{ス}}$ である．さらに，ACとBDの交点をHとおくと $CH = \dfrac{\boxed{セ}\sqrt{\boxed{ソ}}}{\boxed{タ}}$, $BD = \dfrac{\boxed{チツ}}{\boxed{テ}}$ であり，四角形ABCDの面積は $\boxed{トナ}\sqrt{\boxed{ニ}}$ である．

$\boxed{33}$ [1998センター]

四角形ABCDは円に内接し，∠ABCは鈍角で $AB=2$, $BC=\sqrt{6}$, $\sin\angle ABC=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$ とする．また，線分ACとBDは直角に交わるとする．

このとき $\cos\angle ABC=\dfrac{\boxed{ア}\sqrt{\boxed{イ}}}{\boxed{ウ}}$, $AC=\boxed{エ}\sqrt{\boxed{オ}}$ となる．円の半径は $\dfrac{\boxed{カ}\sqrt{\boxed{キ}}}{\boxed{ク}}$ であり $\sin\angle CAB=\dfrac{\boxed{ケ}}{\boxed{コ}}$, $\sin\angle ACB=\dfrac{\sqrt{\boxed{サ}}}{\boxed{シ}}$ となる．また，ACとBDの交点をHとおくと，$DH=\boxed{スセ}BH$ である．

$\boxed{34}$ [1998センター]

$0^\circ \leqq \theta \leqq 90^\circ$ の範囲で，関数 $f(\theta)=\sqrt{6}\cos\theta+\sqrt{2}\sin\theta$, $g(\theta)=\sqrt{2}\cos\theta-\sqrt{6}\sin\theta$ を考える．

(1) $f(60^\circ)=\sqrt{\boxed{ア}}$ である．

(2) $\theta=\boxed{イウ}^\circ$ のとき，$f(\theta)$ は最小値 $\sqrt{\boxed{エ}}$ をとる．

(3) $g(\theta)=\boxed{オ}\sqrt{\boxed{カ}}\cos\left(\theta+\boxed{キク}^\circ\right)$ と表せる．とくに，

$g(\theta)=-\dfrac{8\sqrt{2}}{5}$ ならば，$f(\theta)=\dfrac{\boxed{ケ}\sqrt{\boxed{コ}}}{\boxed{サ}}$,

$\sin\theta=\dfrac{\boxed{シ}+\boxed{ス}\sqrt{\boxed{セ}}}{10}$ となる．

$\boxed{35}$ [1998センター]

四角形 ABCD は円 O に内接していて $AB=3$, $BC=7$, $CD=7$, $DA=5$ とする.

(1) $\angle A=\boxed{アイウ}^\circ$ であり，$BD=\boxed{エ}$, $AC=\boxed{オ}$ である．また，四角形 ABCD の面積は $\boxed{カキ}\sqrt{\boxed{ク}}$ である.

(2) 円 O の半径は $\dfrac{\boxed{ケ}\sqrt{\boxed{コ}}}{\boxed{サ}}$ である.

(3) 三角形 ABD の内接円の半径は $\dfrac{\sqrt{\boxed{シ}}}{\boxed{ス}}$ である.

(4) 対角線 AC, BD の交点を E とするとき $\sin\angle AEB=\dfrac{\boxed{セ}\sqrt{\boxed{ソ}}}{\boxed{タ}}$ である.

$\boxed{36}$ [1998センター]

四角形 ABCD は円に内接していて $AB=3$, $BC=7$, $CD=7$, $DA=5$ とする.

(1) $\angle A=\boxed{アイウ}^\circ$ であり，$BD=\boxed{エ}$, $AC=\boxed{オ}$ である．また，四角形 ABCD の面積は $\boxed{カキ}\sqrt{\boxed{ク}}$ である.

(2) 対角線 AC, BD の交点を E とするとき $\sin\angle AEB=\dfrac{\boxed{ケ}\sqrt{\boxed{コ}}}{\boxed{サ}}$ である.

$\boxed{37}$ [1998センター]

2 点 A (1, 0), B (−1, 0) を直径の両端とする円周の上半分の弧上に 2 点 P, Q をとる．
原点を O とし，$\angle \mathrm{AOP}=\theta$, $\angle \mathrm{AOP}+\angle \mathrm{QOB}=60^\circ$ とする．

(1)　四角形 APQB の面積は $\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}\sin\theta+\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{ウ}}}}{\boxed{\text{エ}}}\cos\theta+\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{オ}}}}{\boxed{\text{カ}}}$ である．

(2)　直線 AQ と直線 BP の交点を R とする．$\mathrm{AP}=\boxed{\text{キ}}\sin\dfrac{\theta}{\boxed{\text{ク}}}$，

$\angle \mathrm{PAR}=\boxed{\text{ケコ}}^\circ$ であり，三角形 APR の面積は $\sqrt{\boxed{\text{サ}}}\left(\boxed{\text{シ}}-\cos\theta\right)$ である．

$\boxed{38}$ [1997センター]

台形 ABCD において，AB と DC が平行であり，二つの対角線 AC, BD の交点を E とする．AB=5, DC=3, AE=2, $\sin\angle \mathrm{BAE}=\dfrac{5}{13}$ とする．

このとき，$\mathrm{AC}=\dfrac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$ であり，台形 ABCD の面積は $\dfrac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カキ}}}$ である．

また，$\cos\angle \mathrm{BAE}=\pm\dfrac{\boxed{\text{クケ}}}{\boxed{\text{コサ}}}$ である．

特に，$\angle \mathrm{BAE}$ が鋭角のとき，$\mathrm{BE}=\sqrt{\dfrac{\boxed{\text{シスセ}}}{\boxed{\text{ソタ}}}}$ であり，三角形 ABE の外接円の

半径は $\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{チツテト}}}}{\boxed{\text{ナニ}}}$ である．

39 [1997センター]

三角形 ABC において，∠B が鈍角であり，AB=8，BC=6，$\sin B=\dfrac{5\sqrt{7}}{16}$ であるとする．このとき，$\cos B=\dfrac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウエ}}}$，AC=$\sqrt{\boxed{\text{オカキ}}}$ であり，外接円の半径は

$\dfrac{\boxed{\text{ク}}\sqrt{\boxed{\text{ケコ}}}}{\boxed{\text{サ}}}$ である．

40 [1997センター]

△ABC の外心を O，直線 BO と外接円の交点を D とする．また，垂心を H，直線 AH と直線 BC の交点を E とする．

(1) 次の文中の $\boxed{\text{アイ}}$ ～ $\boxed{\text{オカ}}$ に当てはまるものを，記号 A ～ E のうちから選べ（$\boxed{\text{アイ}}$ のアとイ，$\boxed{\text{ウエ}}$ のウとエは，解答の順序を問わない）.

AH∥$\boxed{\text{アイ}}$，CH∥$\boxed{\text{ウエ}}$ であるから，四角形 AH$\boxed{\text{オカ}}$ は平行四辺形である．

(2) △ABC において，∠A=75°，∠B=45°，外接円の半径が 2 であるとする．直線 AH と外接円の交点を F とする．

このとき，AH=$\boxed{\text{キ}}\cos\boxed{\text{クケ}}$°，CH=$\boxed{\text{コ}}$，∠CBF=$\boxed{\text{サシ}}$°，

∠CHE=$\boxed{\text{スセ}}$°，BE=$\sqrt{\boxed{\text{ソ}}}$，EF=$\sqrt{\boxed{\text{タ}}}$ である．

$\boxed{41}$ [1997センター]

$0° \leqq \theta < 360°$ のとき，$y = 2\sin\theta\cos\theta - 2\sin\theta - 2\cos\theta - 3$ とする．

$x = \sin\theta + \cos\theta$ とおくと，y は x の関数 $y = x^{\boxed{\text{ア}}} - \boxed{\text{イ}}\,x - \boxed{\text{ウ}}$ となる．

$x = \sqrt{\boxed{\text{エ}}}\sin\left(\theta + \boxed{\text{オカ}}°\right)$ であるから，x の値の範囲は

$-\sqrt{\boxed{\text{キ}}} \leqq x \leqq \sqrt{\boxed{\text{ク}}}$ である．

したがって，y は $\theta = \boxed{\text{ケコサ}}°$ のとき最大値 $\boxed{\text{シ}}\left(\sqrt{\boxed{\text{ス}}} - \boxed{\text{セ}}\right)$ をとる．また，y の最小値は $\boxed{\text{ソタ}}$ である．

$\boxed{42}$ [1997センター]

三角形ABCにおいて，AC＝7，BC＝9，AB＜AC，$\cos B = \dfrac{2}{3}$ とする．

このとき，$\sin B = \dfrac{\sqrt{\boxed{\text{ア}}}}{\boxed{\text{イ}}}$，AB＝$\boxed{\text{ウ}}$ となる．

三角形ABCの外接円の半径は $\dfrac{\boxed{\text{エオ}}\sqrt{\boxed{\text{カ}}}}{\boxed{\text{キク}}}$ であり，

$\sin A = \dfrac{\boxed{\text{ケ}}\sqrt{\boxed{\text{コ}}}}{\boxed{\text{サ}}}$，$\cos A = \dfrac{\boxed{\text{シス}}}{\boxed{\text{セ}}}$ である．

また，三角形ABCの面積は $\boxed{\text{ソ}}\sqrt{\boxed{\text{タ}}}$ である．

次に，外接円の周上に点Dを弦BCに関して点Aの反対側にとる．

BD＝CDであるとき，BD＝$\dfrac{\boxed{\text{チ}}\sqrt{\boxed{\text{ツテ}}}}{\boxed{\text{トナ}}}$ である．

$\boxed{43}$ [1997センター]

三角形 ABC において，AC=7，BC=9，AB<AC，$\cos B=\dfrac{2}{3}$ とする．

このとき，$\sin B=\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{ア}}}}{\boxed{\text{イ}}}$，AB=$\boxed{\text{ウ}}$ となる．

三角形 ABC の外接円の半径は $\dfrac{\boxed{\text{エオ}}\sqrt{\boxed{\text{カ}}}}{\boxed{\text{キク}}}$ である．

また，三角形 ABC の面積は $\boxed{\text{ケ}}\sqrt{\boxed{\text{コ}}}$ である．

$\boxed{44}$ [1997センター]

実数 x，y が $11x^2+12xy+6y^2=4$ を満たすとき，x^2+y^2 の最大値と最小値を次のように求めよう．

xy 平面上の原点 O と他の点 P$(x,\ y)$ を結ぶ線分 OP の長さを r，x 軸と動径 OP のなす角を θ とすると，

$$\frac{1}{r^2}(11x^2+12xy+6y^2)=\boxed{\text{ア}}\cos^2\theta+\boxed{\text{イウ}}\sin\theta\cos\theta+\boxed{\text{エ}}$$

$$=\frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}\cos 2\theta+\boxed{\text{キ}}\sin 2\theta+\frac{\boxed{\text{クケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$$

$$=\frac{\boxed{\text{サシ}}}{\boxed{\text{ス}}}\sin(2\theta+\alpha)+\frac{\boxed{\text{クケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$$

である．ただし，$\sin\alpha=\dfrac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソタ}}}$，$\cos\alpha=\dfrac{\boxed{\text{チツ}}}{\boxed{\text{テト}}}$ である．

したがって，x^2+y^2 の最大値は $\boxed{\text{ナ}}$，最小値は $\dfrac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌネ}}}$ である．

$\boxed{45}$ [2006センター]

三角形 ABC の外接円の半径が 1 であり，$AB=\dfrac{1}{2}$，$AC=\dfrac{\sqrt{6}}{2}$，$\angle ABC>90^\circ$ とする。

このとき，$\sin\angle ABC=\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{ア}}}}{\boxed{\text{イ}}}$，$\cos\angle ABC=-\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{ウエ}}}}{\boxed{\text{オ}}}$ となる。

ここで $BC=x$ とすると，x は 2 次方程式

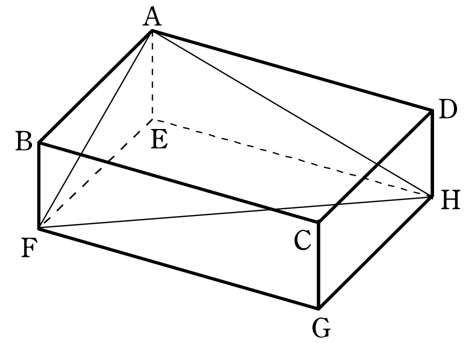
$$4x^2+\sqrt{\boxed{\text{カキ}}}\,x-\boxed{\text{ク}}=0$$

を満たす。$x>0$ であるから，$BC=\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{ケコ}}}}{\boxed{\text{サ}}}$ となる。

$\boxed{46}$ [2006センター]

下の図のような直方体 ABCD - EFGH において，$AE=\sqrt{10}$，$AF=8$，$AH=10$ とする。

このとき，$FH=\boxed{\text{アイ}}$ であり，$\cos\angle FAH=\dfrac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$ である。また，三角形 AFH の面積は $\boxed{\text{オカ}}\sqrt{\boxed{\text{キ}}}$ である。したがって，点 E から三角形 AFH に下ろした垂線の長さは $\dfrac{\boxed{\text{ク}}\sqrt{\boxed{\text{ケコ}}}}{\boxed{\text{サ}}}$ である。

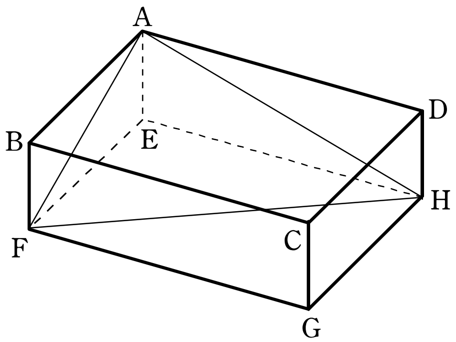


47 [2006センター]

下の図のような直方体 ABCD - EFGH において，$AE=\sqrt{10}$，$AF=8$，$AH=10$ とする。

このとき，$FH=$ アイ であり，$\cos\angle FAH=\dfrac{ウ}{エ}$ である。

また，三角形 AFH の面積は オカ $\sqrt{キ}$ である。



次に，∠AFH の二等分線と辺 AH の交点を P，∠FAH の二等分線と辺 FH の交点を Q，線分 FP と線分 AQ の交点を R とする。このとき，R は三角形 AFH の ク である。次の ⓪～② のうちから ク に当てはまるものを一つ選べ。

⓪ 重心　　① 外心　　② 内心

また，$AP=$ ケ であり，したがって，$PF:PR=$ コ $:1$ となる。さらに，四面体 EAPR の体積は サ $\sqrt{シ}$ である。

補足説明　三角形において，その外接円の中心を外心，その内接円の中心を内心という。

48 [2006センター]

$0°\leqq\theta<180°$ の範囲で関数 $f(\theta)=3\cos2\theta+4\sin\theta$ を考える。

$\sin\theta=t$ とおけば $\cos2\theta=$ ア $-$ イ $t^{ウ}$ であるから，$y=f(\theta)$ とおくと

$$y=-\text{エ}\,t^{\text{ウ}}+\text{オ}\,t+\text{カ}$$

である。したがって，y の最大値は $\dfrac{キク}{3}$ であり，最小値は ケ である。

また，α が $0°<\alpha<90°$ を満たす角度で $f(\alpha)=3$ のとき

$$\sin(\alpha+30°)=\frac{\text{コ}\sqrt{\text{サ}}+\sqrt{\text{シ}}}{\text{ス}}$$

である。

$\boxed{49}$〔2006センター〕

$0° \leqq \theta < 180°$ の範囲で関数 $f(\theta)=3\cos 2\theta+4\sin\theta$ を考える。

$\sin\theta=t$ とおけば $\cos 2\theta=\boxed{\text{ア}}-\boxed{\text{イ}}\,t^{\boxed{\text{ウ}}}$ であるから，$y=f(\theta)$ とおくと

$$y=-\boxed{\text{エ}}\,t^{\boxed{\text{ウ}}}+\boxed{\text{オ}}\,t+\boxed{\text{カ}}$$

である。したがって，y の最大値は $\dfrac{\boxed{\text{キク}}}{3}$ であり，最小値は $\boxed{\text{ケ}}$ である。

また，α が $0°<\alpha<90°$ を満たす角度で $f(\alpha)=3$ のとき

$$\sin(\alpha+30°)=\frac{\boxed{\text{コ}}\sqrt{\boxed{\text{サ}}}+\sqrt{\boxed{\text{シ}}}}{\boxed{\text{ス}}}$$

である。

$\boxed{50}$〔2005センター〕

線分 AB を直径とする半円周上に 2 点 C，D があり，$\mathrm{AC}=2\sqrt{5}$，$\mathrm{AD}=8$，

$\tan\angle\mathrm{CAD}=\dfrac{1}{2}$ であるとする。さらに，線分 AD と線分 BC の交点を E とする。このとき，$\cos\angle\mathrm{CAD}=\dfrac{\boxed{\text{ア}}\sqrt{\boxed{\text{イ}}}}{\boxed{\text{ウ}}}$，$\mathrm{CD}=\boxed{\text{エ}}\sqrt{\boxed{\text{オ}}}$ である。

また，$\triangle\mathrm{ADC}$ の面積は $\boxed{\text{カ}}$ であり，$\mathrm{AB}=\boxed{\text{キク}}$，$\mathrm{BD}=\boxed{\text{ケ}}$，

$\mathrm{DE}=\boxed{\text{コ}}$ である。

$\boxed{51}$ [2005センター]

線分ABを直径とする半円周上に2点C，Dがあり，$AC=2\sqrt{5}$，$AD=8$，$\tan\angle CAD=\dfrac{1}{2}$ であるとする。

このとき，$\cos\angle CAD=\dfrac{\boxed{\text{ア}}\sqrt{\boxed{\text{イ}}}}{\boxed{\text{ウ}}}$，$CD=\boxed{\text{エ}}\sqrt{\boxed{\text{オ}}}$ である。

さらに，$\triangle ADC$ の面積は $\boxed{\text{カ}}$，$AB=\boxed{\text{キク}}$ である。

$\boxed{52}$ [2005センター]

座標平面上の3点 $A(-1,\ 0)$，$B(\cos\theta,\ \sin\theta)$，$C(\cos2\theta,\ \sin2\theta)$ について，θ が $0^\circ\leqq\theta\leqq180^\circ$ の範囲を動くとき，$d=AC+BC$ の最大値と最小値を求めよう。

(1)　$AC^2=\boxed{\text{ア}}+2\cos2\theta=\boxed{\text{イ}}\cos^2\theta$

$BC^2=\boxed{\text{ウ}}-2\cos\theta=\boxed{\text{エ}}\sin^2\dfrac{\theta}{2}$

であるから，$d=\boxed{\text{オ}}|\cos\theta|+\boxed{\text{カ}}\sin\dfrac{\theta}{2}$ である。

(2)　$t=\sin\dfrac{\theta}{2}$ とおく。$0^\circ\leqq\theta\leqq90^\circ$ のとき $0\leqq t\leqq\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{キ}}}}{\boxed{\text{ク}}}$ であり，

$d=-\boxed{\text{ケ}}t^2+\boxed{\text{コ}}t+2$ である。$90^\circ\leqq\theta\leqq180^\circ$ のとき

$\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{キ}}}}{\boxed{\text{ク}}}\leqq t\leqq1$ であり，$d=\boxed{\text{ケ}}t^2+\boxed{\text{コ}}t-2$ である。

したがって，d は $t=\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{サ}}}}{\boxed{\text{シ}}}$ のとき最小値 $\sqrt{\boxed{\text{ス}}}$ をとり，このときの

θ の値は $\boxed{\text{セソ}}^\circ$ である。また，d は $t=\boxed{\text{タ}}$ のとき最大値 $\boxed{\text{チ}}$ をとり，

このときの θ の値は $\boxed{\text{ツテト}}^\circ$ である。

$\boxed{53}$ [2005センター]

$\triangle$ABC において，AB$=6$，AC$=6\sqrt{3}$，$\cos A=-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ であるとする。

このとき，BC$=\boxed{\text{ア}}\sqrt{\boxed{\text{イ}}}$，$\sin B=\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{ウ}}}}{\boxed{\text{エ}}}$ である。

さらに，点 D は辺 BC 上にあり，$\cos\angle$BAD$=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$ であるとする。

このとき，AB$=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$AD$+\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{オ}}}}{\boxed{\text{カ}}}$BD であり，また，正弦定理により

AD$=\sqrt{\boxed{\text{キ}}}$BD となる。

したがって，BD$=\sqrt{\boxed{\text{ク}}}$ であり，$\triangle$ABD の外接円の半径は

$\dfrac{\boxed{\text{ケ}}\sqrt{\boxed{\text{コ}}}}{\boxed{\text{サ}}}$ となる。また，$\triangle$ACD の面積は $\boxed{\text{シス}}\sqrt{\boxed{\text{セ}}}$ である。

$\boxed{54}$ [2005センター]

$\triangle$ABC において，AB$=6$，AC$=6\sqrt{3}$，$\cos A=-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ であるとする。

このとき，BC$=\boxed{\text{ア}}\sqrt{\boxed{\text{イ}}}$，$\sin B=\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{ウ}}}}{\boxed{\text{エ}}}$ である。

さらに，点 D は辺 BC 上にあり，$\cos\angle$BAD$=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$ であるとする。

このとき，AB$=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$AD$+\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{オ}}}}{\boxed{\text{カ}}}$BD であり，また，正弦定理により

AD$=\sqrt{\boxed{\text{キ}}}$BD となる。

したがって，AD$=\boxed{\text{ク}}\sqrt{\boxed{\text{ケ}}}$ である。

55 [2005センター]

A，B は $0<A<B$ を満たす定数とする。$0°\leqq\theta<180°$ の範囲で関数

$$f(\theta)=A\sin^2\theta+(A+B)\sin\theta\cos\theta+B\cos^2\theta \quad \cdots\cdots ①$$

の最大値が $10+2\sqrt{29}$，最小値が $10-2\sqrt{29}$ であるとする。

(1) $A=b-a$，$B=b+a$ とおいて ① の右辺を変形すると

$$f(\theta)=\boxed{\text{ア}}(\cos^2\theta-\sin^2\theta)+\boxed{\text{イウ}}\sin\theta\cos\theta+\boxed{\text{エ}}$$

$$=\sqrt{a^2+b^2}\sin\left(\boxed{\text{オ}}\theta+\alpha\right)+\boxed{\text{エ}}$$

となる。ただし，α は $\tan\alpha=\dfrac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}$ を満たす角で $0°<\alpha<90°$ とする。

(2) $f(\theta)$ が最大となるのは $\theta=\dfrac{\boxed{\text{クケ}}°-\alpha}{\boxed{\text{コ}}}$ のときで，最小となるのは

$\theta=\dfrac{\boxed{\text{サシス}}°-\alpha}{\boxed{\text{コ}}}$ のときである。また，$f(\theta)$ の最大値，最小値の条件を用いると

$A=\boxed{\text{セ}}$，$B=\boxed{\text{ソタ}}$ であることがわかる。

56 [2004センター]

平面上に2点O，Pがあり，$\mathrm{OP}=\sqrt{6}$ である．点Oを中心とする円Oと点Pを中心とする円Pが2点A，Bで交わっている．

円Pの半径は2であり，$\angle\mathrm{AOP}=45°$ である．このとき，円Oの半径は

$$\sqrt{\boxed{\text{ア}}}+\boxed{\text{イ}} \quad \text{または} \quad \sqrt{\boxed{\text{ア}}}-\boxed{\text{イ}}$$ である．

以下，円Oの半径が $\sqrt{\boxed{\text{ア}}}-\boxed{\text{イ}}$ のときを考える．

$\mathrm{AB}=\sqrt{\boxed{\text{ウ}}}-\sqrt{\boxed{\text{エ}}}$ である．よって，四角形AOBPの面積は

$\boxed{\text{オ}}-\sqrt{\boxed{\text{カ}}}$ である．

$\cos\angle\mathrm{APB}=\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{キ}}}}{\boxed{\text{ク}}}$ であるから，$\angle\mathrm{APB}=\boxed{\text{ケコ}}°$ である．

扇形PAB，扇形OABの面積を計算することにより，円Oの内部と円Pの内部の共通部分の面積は

$$\frac{\boxed{\text{サ}}-3\sqrt{\boxed{\text{シ}}}}{6}\pi-\left(\boxed{\text{オ}}-\sqrt{\boxed{\text{カ}}}\right)$$ であることがわかる．

$\boxed{57}$ [2004センター]

平面上に2点O，Pがあり，$\mathrm{OP}=\sqrt{6}$ である．点Oを中心とする円Oと点Pを中心とする円Pが，2点A，Bで交わっている．円Pの半径は2であり，$\angle\mathrm{AOP}=45^\circ$ である．

このとき，円Oの半径は $\sqrt{\boxed{\text{ア}}}+\boxed{\text{イ}}$ または $\sqrt{\boxed{\text{ア}}}-\boxed{\text{イ}}$ である．

以下，円Oの半径が $\sqrt{\boxed{\text{ア}}}-\boxed{\text{イ}}$ のときを考える．

$\mathrm{AB}=\sqrt{\boxed{\text{ウ}}}-\sqrt{\boxed{\text{エ}}}$ である．

また，OAのA側への延長と円Pとの交点をCとするとき，三角形ABCについて，

$\angle\mathrm{BAC}=\boxed{\text{オカキ}}^\circ$，$\mathrm{BC}=\boxed{\text{ク}}\sqrt{\boxed{\text{ケ}}}$ である．

$\boxed{58}$ [2004センター]

a を $0^\circ<a<180^\circ$ を満たす角度とする．$0^\circ\leqq\theta\leqq180^\circ$ の範囲で関数

$f(\theta)=\sin(\theta-a)-\sin\theta$ を考える．

(1)　方程式 $f(\theta)=0$ の解 θ は a を用いて $\theta=\boxed{\text{アイ}}^\circ+\dfrac{a}{2}$ と表される．

さらに，この解 θ が $\sin(\theta-a)=\dfrac{1}{2}$ を満たすならば $a=\boxed{\text{ウエオ}}^\circ$ である．

(2)　a を(1)で求めた角度とするとき，関数 $f(\theta)$ は

$$\theta=\boxed{\text{カキク}}^\circ \text{ のとき最大値 } \frac{\sqrt{\boxed{\text{ケ}}}}{\boxed{\text{コ}}}$$

$$\theta=\boxed{\text{サシ}}^\circ \text{ のとき最小値 } -\sqrt{\boxed{\text{ス}}} \text{ をとる．}$$

$\boxed{59}$ [2004センター]

半径 $4\sqrt{7}$ の円 O に内接する三角形 ABC が AB＝14，$\cos\angle ABC=\dfrac{3}{4}$ を満たしている．

このとき，$\sin\angle ABC=\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{ア}}}}{\boxed{\text{イ}}}$，AC＝$\boxed{\text{ウエ}}$ であり，BC＝$\boxed{\text{オカ}}$ である．

∠ABC の 2 等分線と円 O との交点のうち B と異なる方を D とする．

∠ABC＝∠AOD であるから，AD＝$\boxed{\text{キ}}\sqrt{\boxed{\text{クケ}}}$ である．

さらに，$\sin\angle ADC=\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{コ}}}}{\boxed{\text{サ}}}$ であるから，三角形 ACD の面積は

$\boxed{\text{シ}}\sqrt{\boxed{\text{ス}}}$ である．

$\boxed{60}$ [2004センター]

半径 $4\sqrt{7}$ の円 O に内接する三角形 ABC が AB＝14，$\cos\angle ABC=\dfrac{3}{4}$ を満たしている．

このとき，$\sin\angle ABC=\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{ア}}}}{\boxed{\text{イ}}}$，AC＝$\boxed{\text{ウエ}}$ である．

さらに，∠ABC の 2 等分線と円 O との交点のうち B と異なる方を D とする．

∠ABC＝∠AOD であるから，AD＝$\boxed{\text{オ}}\sqrt{\boxed{\text{カキ}}}$ である．

また，三角形 AOD の面積は $\boxed{\text{クケ}}\sqrt{\boxed{\text{コ}}}$ である．