1年生数学　土曜講座①　　2005. 4. 16(土)　　(　　)組(　　)番　名前(　　　　　　　　　　)

1 次の多項式の同類項をまとめよ。

(1) $3x^2-4x+1-2x^2+7x-5$

解答　与式$=3x^2-2x^2-4x+7x+1-5=x^2+3x-4$

(2) $2x^3-5x+3+4x-3x^3-x^2$

解答　与式$=2x^3-3x^3-x^2-5x+4x+3=-x^3-x^2-x+3$

(3) $a^2+2ab-2b^2+3ab+4a^2-b^2$

解答　与式$=a^2+4a^2+2ab+3ab-2b^2-b^2=5a^2+5ab-3b^2$

(4) $-2xy+3y^2+x^2-3y^2-5x^2+6xy$

解答　与式$=x^2-5x^2-2xy+6xy+3y^2-3y^2=-4x^2+4xy$

(5) $5ab-3bc-6ab+2ca-7bc-7ca$

解答　与式$=5ab-6ab-3bc-7bc+2ca-7ca=-ab-10bc-5ca$

2 次の計算をせよ。

(1) $a^4\times a^2$

解答　与式$=a^{4+2}=a^6$

(2) $(a^2)^3\times(2a)^2$

解答　与式$=a^{2\times3}\times4a^2=4a^{6+2}=4a^8$

(3) $3x^2y^4\times4x^4y^3$

解答　与式$=12x^{2+4}y^{4+3}=12x^6y^7$

(4) $2a^2b\times(-3ab^3)$

解答　与式$=-6a^{2+1}b^{1+3}=-6a^3b^4$

(5) $(-2ab^2x^3)^2\times(-3a^2b)^3$

解答　与式$=4a^2b^4x^6\times(-27a^6b^3)=-108a^8b^7x^6$

3 次の式を展開せよ。

(1) $(3x-5y)(5y+3x)$

解答　与式$=(3x-5y)(3x+5y)=9x^2-25y^2$

(2) $(-2x+3y)^2$

解答　与式$=4x^2-12xy+9y^2$

(3) $(x+3)(x+4)$

解答　与式$=x^2+7x+12$

(4) $(x-4y)(x-2y)$

解答　与式$=x^2-6xy+8y^2$

(5) $(2x+3)(x-4)$

解答　与式$=2x^2-8x+3x-12=2x^2-5x-12$

(6) $(3a-2)^3$

解答　与式$=27a^3-54a^2+36a-8$

(7) $(3a-4b)(9a^2+12ab+16b^2)$

解答　与式$=27a^3-64b^3$

4 適当な公式を用いて，次の式を展開せよ。

(1) $(3x+5)^2$

解答　与式$=9x^2+30x+25$

(2) $(2p-5)^2$

解答　与式$=4p^2-20p+25$

(3) $(4a-3b)^2$

解答　与式$=16a^2-24ab+9b^2$

(4) $(-x^2-x)^2$

解答　与式$=(-x^2)^2+2(-x^2)(-x)+(-x)^2=x^4+2x^3+x^2$

(5) $\left(3a-\frac{1}{2}b\right)^2$

解答　与式$=9a^2-3ab+\frac{1}{4}b^2$

(6) $(3x+5)(3x-5)$

解答　与式$=9x^2-25$

(7) $(2a-7b)(2a+7b)$

解答　与式$=4a^2-49b^2$

(8) $(a^2+b^2)(a^2-b^2)$

解答　与式$=a^4-b^4$

(9) $(-ab+c)(-ab-c)$

解答　与式$=(-ab)^2-c^2=a^2b^2-c^2$

5 ある多項式から$3x^2-xy+2y^2$を引くところを，誤ってこの式を加えたので，答えが$2x^2+xy-y^2$となった。正しい答えを求めよ。

解答　ある多項式をAとおくと，題意より，

$A+(3x^2-xy+2y^2)=2x^2+xy-y^2$

よって，

$A=2x^2+xy-y^2-(3x^2-xy+2y^2)=-x^2+2xy-3y^2$

求める答えは，

$A-(3x^2-xy+2y^2)=-x^2+2xy-3y^2-(3x^2-xy+2y^2)$

$=-4x^2+3xy-5y^2$

6 次の式を展開せよ。

(1) $(a+b)^3$

解答　与式$=(a+b)^2(a+b)=(a^2+2ab+b^2)(a+b)$

$=a^3+a^2b+2a^2b+2ab^2+ab^2+b^3$

$=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

＜公式＞　$(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

(2) $(2x-3y)^3$

解答　公式にあてはめると，

与式$=(2x)^3+3(2x)^2(-3y)+3(2x)(-3y)^2+(-3y)^3$

$=8x^3-36x^2y+54xy^2-27y^3$

(3)　$(a-b+c)^2$

解答　与式$=(a-b+c)(a-b+c)=a^2-ab+ca-ab+b^2-bc+ca-bc+c^2$

でもよいが　…

$=a^2+b^2+c^2-2ab-2bc+2ca$　←　公式に当てはめる！

＜公式＞　$(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca$

(4)　$(a-b-2c)^2$

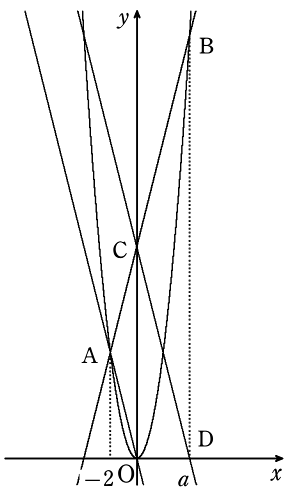
解答　与式$=(a-b-2c)(a-b-2c)=\{(a-b)-2c\}^2=(a-b)^2+2(a-b)(-2c)+(-2c)^2$

$=a^2-2ab+b^2-4ca+4bc+4c^2$

$=a^2+b^2+4c^2-2ab+4bc-4ca$

7　関数 $y=2x^2$ において x の変域が $-2\leqq x\leqq a$ のとき，y の変域は，$b\leqq y\leqq 32$ である。

　このとき，$y=2x^2$ のグラフ上にあり，x 座標が-2，a の２つの点をそれぞれA，Bとし，２点A，Bを通る直線と y 軸との交点をC，点Bから x 軸に引いた垂線と x 軸との交点をDとする。



(1)　a，b の値を求めよ。

解答　グラフから，$2a^2=32$ とわかる。

$a^2=16$　$-2<a$ だから，$a=4$　答

また，x の変域が $-2\leqq x\leqq 4$ のとき，

グラフから，y の変域は，$0\leqq y\leqq 32$

なので，$b=0$　答

(2)　２点C，Dを通る直線の方程式を求めよ。

解答　まず，２点A，Bを通る直線の方程式を求めると，A$(-2,\ 8)$，B$(4,\ 32)$ だから，

求める直線の方程式を $y=mx+n$ とおくと，

点A$(-2,\ 8)$を通るから，$8=-2m+n$　…①

点B$(4,\ 32)$を通るから，$32=4m+n$　…②

①，②を解くと，$6m=24$　よって，$m=4$　①に代入して，$n=16$

以上から，C$(0,\ 16)$とわかる。また，D$(4,\ 0)$だから，

２点C，Dを通る直線の方程式を $y=px+q$ とおくと，

点C$(0,\ 16)$を通るから，$16=q$　…③

点D$(4,\ 0)$を通るから，$0=4p+q$　…④

③，④を解くと，$p=-4$，$q=16$

ゆえに，$y=-4x+16$　答

(3)　(三角形OCAの面積)：(三角形DBCの面積) を最も簡単な整数比で表せ。

解答　(三角形OCAの面積)$=\dfrac{1}{2}\times$OC$\times 2=16$

(三角形DBCの面積)$=\dfrac{1}{2}\times$BD$\times 4=64$ より，

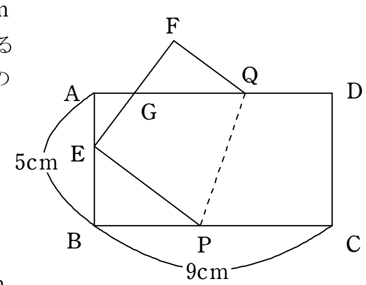
(三角形OCAの面積)：(三角形DBCの面積)$=16:64=1:4$　答

別解　△OCA∽△DBC(∵２角が等しいから)

その相似比は，OC：DB$=16:32=1:2$

よって，その面積比は△OCA：△DBC$=1^2:2^2=1:4$　答

8　右の図のように，２辺の長さがそれぞれ5cm，9cmの長方形ABCDがある。辺AB上にBE=3cmとなる点Eをとり，頂点CがEと重なるように折ったときの折れ線をPQ，頂点Dが移った点をFとする。
また，EFとAQの交点をGとする。



(1)　BPの長さを求めよ。

解答　BP$=x$ cmとおくと，PC=PE$=(9-x)$cm

また，BE=3cmより，△BPEが直角三角形だから，三平方の定理を用いると，

$(9-x)^2=x^2+3^2$　$18x=72$　よって，$x=4$

ゆえに，BP=4cm　答

(2)　AG：GQ：QDの比を求めよ。

解答　△AGE∽△BEP(∵２角が等しい：∠A=∠B=90°，∠AGE=∠BEP)

AG：BE=AE：BP だから，AG：3=2：4　よって，AG$=\dfrac{3}{2}$

同様にして，GE$=\dfrac{5}{2}$　GF$=5-\dfrac{5}{2}=\dfrac{5}{2}$

ここで，GQ$=y$ とおくと，QD=QF$=9-\dfrac{3}{2}-y=\dfrac{15}{2}-y$

△FGQも直角三角形なので，三平方の定理を使うと，

$y^2=\left(\dfrac{5}{2}\right)^2+\left(\dfrac{15}{2}-y\right)^2$　$15y=\dfrac{125}{2}$　$y=\dfrac{25}{6}$

ゆえに，AG：GQ：QD$=\dfrac{3}{2}:\dfrac{25}{6}:\left(\dfrac{15}{2}-\dfrac{25}{6}\right)=\dfrac{3}{2}:\dfrac{25}{6}:\dfrac{10}{3}=9:25:20$　答

(3)　四角形EPQGの面積を求めよ。

解答　四角形EPQG=台形PCDQ−△FGQ

$=\dfrac{1}{2}\times\left(\dfrac{10}{3}+5\right)\times 5-\dfrac{1}{2}\times\dfrac{5}{2}\times\dfrac{10}{3}$

$=\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{125}{3}-\dfrac{25}{3}\right)$

$=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{100}{3}=\dfrac{50}{3}$ (cm^2)　答

★この問題用紙，解答例はともに以下のホームページにアップしてあります！
http://www.ee.em-net.ne.jp/~takeji/suugaku.htm