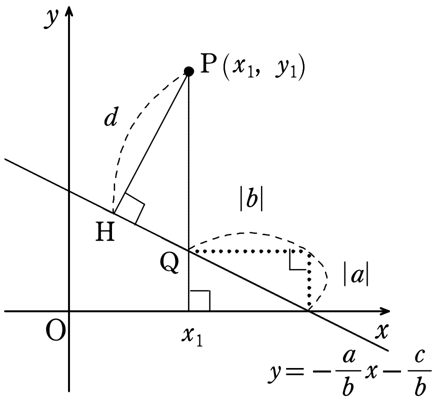
《点と直線の距離の公式》



証明　点P$(x_1,\ y_1)$と直線 $ax+by+c=0$

との距離 d を求める．$b \fallingdotseq 0$ として，

$y=-\dfrac{a}{b}x-\dfrac{c}{b}$ より，点Qの座標は，

$\left(x_1,\ -\dfrac{a}{b}x_1-\dfrac{c}{b}\right)$ となる．

右図より，△PQHと相似な三角形との

辺の比を考えることにより，

$d:|b|=\left|y_1-\left(-\dfrac{a}{b}x_1-\dfrac{c}{b}\right)\right|:\sqrt{a^2+b^2}$

が成り立つ．よって，$d=\dfrac{|b|\left|y_1+\dfrac{a}{b}x_1+\dfrac{c}{b}\right|}{\sqrt{a^2+b^2}}=\boxed{\dfrac{|ax_1+by_1+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}}$

また，$b=0$ のときも，$d=\left|x_1-\left(-\dfrac{c}{a}\right)\right|=\left|\dfrac{ax_1+c}{a}\right|=\dfrac{|ax_1+c|}{|a|}$ となり適する．終

＜例題＞　点$(2,\ -2)$と次の直線の距離を求めよ．

(1)　$2x+4y-7=0$

(2)　$y=\dfrac{1}{3}x+2$

＜例題＞(1)　k を定数とする．直線 $(3x-y-4)+k(x+2y+1)=0$ は k の値に関係なく，定点を通ることを示し，その定点の座標を求めよ．

(2)　(1)の定点と，点$(2,\ 0)$を通る直線の方程式を求めよ．