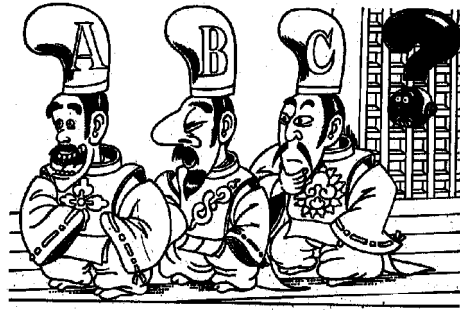


「数学パズル」 《解答・解説》



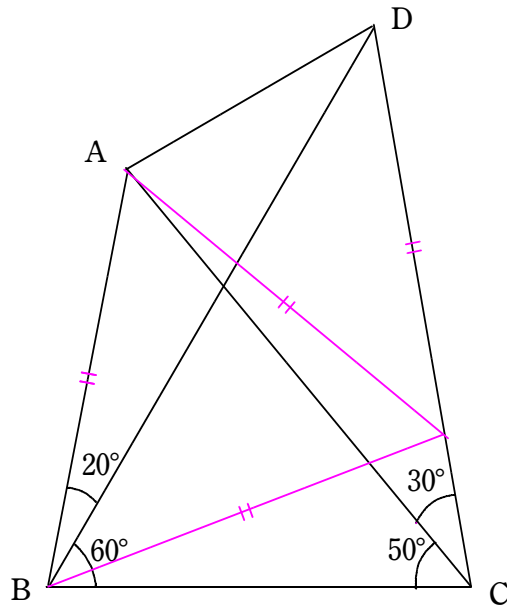
【問題1】前から、 $A \leftarrow B \leftarrow C$ の順に並び、自分より前にいる人の帽子は見えるが、自分や自分より後ろの人の帽子は見えない。

まず、一番後ろのCが「わかりません」と答えたことから、 $A \leftarrow B \leftarrow C$ の帽子の色は、
 白 白 赤 ではない。
 残りの、白 赤
 赤 白
 赤 赤

の場合を考える。次に、真ん中のBもしばらく考えてから「私にもわかりません」と答えたことから、Aが白色の帽子であれば、Cが「わかりません」と答えたのであれば、Bは赤色と答えることができたはずである。

以上より、上記四つの場合のうち上二つはあり得ないことがわかるので、Aは赤色をかぶっていたとわかる。

【問題2】下の図のような補助線を引くことにより答が得られる。



よって、 $\angle ADC = (80^\circ + 60^\circ) \div 2 = 70^\circ$

【問題3】

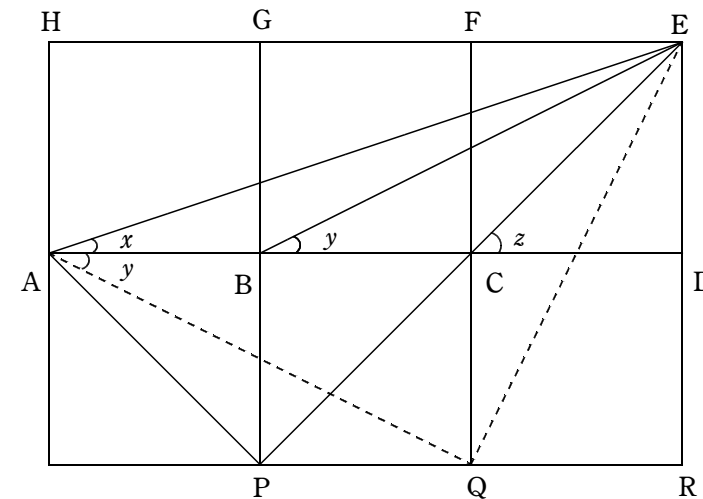
17頭のラクダの財産に賢者が乗っている1頭のラクダを追加して18頭になります。

この18頭を遺言通り、
 長男には2分の1の9頭を、
 次男には3分の1の6頭を、
 三男には9分の1の2頭と分ければ、
 3人の合計はちゃんと17頭になり、
 賢者が乗るラクダ1頭はそのまま返せば
 見事に遺産を分けることができました。



何か騙されているみたいですが…

【問題4】



図のように問題の図形を二つ並べて補助線を引くと、
 $\angle APE = \angle EDB = 90^\circ$, $AP : ED = PE : DB = \sqrt{2} : 1$ より、
 2辺の比とその間の角が等しいので、 $\triangle APE \sim \triangle EDB$ となる。
 よって、 $\angle AEP = \angle EBD = y$ また、 $\angle AEP = (y - x) + (z - y) = z - x$
 よって、 $y = z - x$ つまり、 $x + y = z = 45^\circ$ 答

別解① $\angle QER = \angle AQP = \angle QAC = y$ また、 $\triangle AQE$ は直角二等辺三角形だから
 $x + y = 45^\circ = z$ 答

別解② 三角比より、 $\tan x = \frac{1}{3}$, $\tan y = \frac{1}{2}$, $\tan z = 1$

$$\text{よって、} \tan(x+y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y} = \frac{\frac{1}{3} + \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{3} \times \frac{1}{2}} = \frac{5}{6-1} = 1$$

ゆえに、 $x + y = 45^\circ = z$ 答

【問題 5】

すべての場合を分けて考えていくしかないでしょう。

1) 左の道が極楽への道の場合

- i) お地蔵さんが正直地蔵のとき、
『この左の道が極楽への道か』と聞いたとき、正直地蔵なので『はい』と頷く。
- ii) お地蔵さんがうそつき地蔵のとき、
『この左の道が極楽への道か』と聞いたとき、うそつき地蔵なので『いいえ』と首を横に振る。

2) 右の道が極楽への道の場合

- i) お地蔵さんが正直地蔵のとき、
『この左の道が極楽への道か』と聞いたとき、正直地蔵なので『いいえ』と首を横に振る。
- ii) お地蔵さんがうそつき地蔵のとき、
『この左の道が極楽への道か』と聞いたとき、うそつき地蔵なので『はい』と頷く。

以上を表にまとめると、

極楽への道	相手	『この左の道が極楽への道か』…①の答	②の答
左の場合	正直	『は い』	
	うそつき	『いいえ』	
右の場合	正直	『いいえ』	
	うそつき	『は い』	

①の質問に、「『この左の道が極楽への道か』と聞かれたら『はい』と答えるか」…②と追加してみると、1) i) のとき、①の答が『はい』なので、正直地蔵なら②の質問にも『はい』と答えます。1) ii) のとき、①の答が『いいえ』なので、うそつき地蔵ですから、反対の『はい』と答えることとなります。同様にして、2) i) のとき、①の答が『いいえ』なので、正直地蔵なら②の質問にも『いいえ』と答えます。2) ii) のとき、①の答が『はい』なので、うそつき地蔵ですから、反対の『いいえ』と答えることとなります。以上から、

「『この左の道が極楽への道か』と聞かれたら『はい』と答えるか」

と質問すれば、極楽への道が左ならば、相手にかかわらず『はい』になり、極楽への道が右ならば相手にかかわらず『いいえ』となって、極楽への道が聞き出せたことになるでしょう。

【問題 6】

5人のパーティーでは、知り合い(お互いを知っているときのみこういう)の人数は、0人、1人、2人、3人、4人のいずれかである。しかし、知り合いの人数が0人と知り合いの人数が4人ということは同時には起こりえない。つまり、5人の知り合いの人数は、0人、1人、2人、3人の4通りか

1人、2人、3人、4人の4通りのいずれかである。

したがって、知り合いの人数が同じである2人が必ずいることが証明された。



【問題 7】

ある都市の人口を N 人、最も髪の毛の多い人の毛髪の本数を n 本とおく。その都市に住む人の髪の毛の本数を考えていくと、髪の毛が0本の人が1人、1本の人が1人、2本の人が1人、3本の人が1人 …と考えると、 $(n-1)$ 本の人が1人、 n 本の人が1人となりここまで $(n+1)$ 人。この n 本の人が髪の毛は最も多い人だから、次の $(n+2)$ 番目の人は、髪の毛の本数は、0本～ $(n-1)$ 本までのいずれかである。

その都市の人口は N 人で、最も髪の毛の多い人の毛髪の本数 n 本よりかなり多いことがわかっているので、その都市には髪の毛の本数が同じ人が必ずいるといえる。

【問題 8】

ある国の大使夫妻が2組の夫婦を招きパーティーを開いたので、合計6人(男3人、女3人)ということになる。この参加者の間で握手が交わされ、どの人も自分の配偶者とは握手をせず、同じ人とは2度以上握手をしていない。当然自分自身と握手もしていない。この条件で大使が自分以外の参加者に握手の回数を聞いたら、すべて回数が異なっていたということなので、大使以外の5人の握手をした回数は0回、1回、2回、3回、4回のいずれかとなる。

まず、握手が0回という人は、握手が4回という人と握手をしていない唯一の人であるから、この2人は夫婦(A)ということになる。次に、握手が1回という人は、握手4回という人とだけ握手をしたことになり、握手3回という人は、握手0回と1回の人とだけ握手をしていないことになり、握手0回の人はずでに夫婦(A)なので、握手1回と握手3回の人別の夫婦(B)ということになる。残ったのは、握手2回の人と大使本人ということになり、大使夫婦は、2回握手したことがわかる。

【問題 9】

A君、B君、C君の3人で1人100円ずつ出し、合計で300円です。

バーゲンで3缶250円だったので、おつりの50円は3では割り切れないため、C君は20円ポケットに入れて、自分を含めて1人10円ずつ払い戻すことにしました。

これで1人当たり90円ずつ出したこととなります。

さて、1人あたり90円ずつ出したので、3人の出費合計は270円になります。これにC君がくすねた20円を加えると290円となり、当初3人で出した300円より10円少ないこととなりますが、270円に20円を加えることは意味がありません。

逆に言うと、270円の中の20円であって、3缶の値段250円に20円を加えて270円、それに3人に返却した30円を加えれば合計の300円にちゃんとなりますよね。

$$\begin{array}{c} \text{¥}300 \\ \downarrow \\ \text{¥}270 + \text{¥}20 \quad ? \end{array}$$

【問題10】 (浅野中入試問題)

登場人物が多少違うだけで、【問題5】と全く同じ問題です。

敢えて解答を書きませんので、復習をかねて自力で解いてみよう！